

## Ensinar a Incerteza Matemática na Escola

TEIXEIRA, Roseli Rocha <sup>1</sup>

TEIXEIRA, Roseli Rocha. **Ensinar a Incerteza Matemática na Escola**. Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Edição 9. Ano 02, Vol. 05. pp 113-125, Dezembro de 2017. ISSN:2448-0959

### RESUMO

A Matemática, assim como as demais ciências, não pode ser considerada uma verdade incontestável. Existem muitos contextos que permitem valores imprecisos, sobre os quais não se pode dar uma resposta com exatidão. O presente artigo busca revelar que a Matemática não é uma ciência exata, como se entende habitualmente, bem como traz à tona a questão do contexto ao qual se está buscando uma resposta, que pode ser exata ou aproximada. O objetivo desse artigo consiste em sugerir a importância de se trabalhar a ideia da não exatidão da Matemática durante os anos escolares, apontando possibilidades de conteúdos e pensamentos.

Palavras-Chave: Matemática, Exatidão, Imprecisão, Ensino.

### INTRODUÇÃO

As produções da humanidade se dão por meio de busca e tentativas que tanto conduzem para progressos, quanto deixam lacunas a serem preenchidas por novos questionamentos. Realizar experiências, formular hipótese e testá-las são procedimentos fundamentais para qualquer um que tente fazer ciência.

No entanto, os seres humanos falham e, as ciências, uma vez desenvolvidas por eles, também são suscetíveis de erros em determinados contextos, com determinados fenômenos. Ou seja, uma certa dose de incerteza é recorrente na maioria das ciências, visto que há sempre uma infinidade de variáveis que se deve levar em conta antes de qualquer afirmação conclusiva.

A visão de possibilidade de falha presente em todas as ciências deve ser estimulada na escola, visto ser este um local onde se formarão os futuros produtores e experimentadores de descobertas.

A Matemática, como as demais áreas, não pode estar alheia à esse contexto. Dizer que a mesma consiste numa ciência exata, remete à crença de que ela é livre de erros, bem como possuidora de grande rigor e precisão. Além disso, dentro do seu desenvolvimento, cabe à comunidade de cientistas decidir quais conclusões são erradas e quais provas são legítimas. Todavia, tudo que permite uma decisão, significa que possui uma dúvida embutida.

Entretanto, quando se pensa em um fenômeno matemático logo remete-se à um valor engessado, pontual, que não dá abertura à possibilidades de discussão sobre a colocação de valor dentro de um determinado contexto.

Porém, em grande parte dos problemas de matemática torna-se impossível esgotar todos os casos

possíveis, visto que nenhuma quantidade de experiência é suficiente para tornar uma conclusão totalmente válida.

De posse do fato de que Matemática não se resume àquilo que já está pronto e publicado em livros e artigos, admite-se que a mesma consiste numa tarefa baseada em busca e em inspirações.

Uma vez que Matemática compreende uma área fundamentada em ideias e intuições, pode-se reconhecer que se trata de uma atividade em andamento; sua propagação em sala de aula necessita estar atrelada à procura, à análise, bem como, à incerteza.

O presente artigo tem a intenção de sugerir o levantamento da questão da incerteza na matemática, durante os anos escolares, tanto para o Ensino Fundamental, quanto para o Ensino Médio, entendendo ser essa etapa responsável pela formação do pensamento crítico e reflexivo.

## 2. INCERTEZA MATEMÁTICA

A denominação de Ciência Exata atribui à Matemática um caráter irrefutável que impõe ao estudante sua aceitação; isso, muitas vezes, prejudica o recebimento dessa disciplina, bem como o tratamento com a mesma.

Por ser uma atividade intelectual desenvolvida por seres humanos, a Matemática não pode ser algo inquestionável e intocável, bem como seu ensino necessita levar isso em consideração. “É necessário acrescentar que os próprios matemáticos não são infalíveis?” (POINCARÉ, 2000, p.85 apud CURY, 2008).

Para justificar o pensamento de que a Matemática pode não ser inviolável, bem como de que sua propagação em termos de ensino necessita considerar isso, pode-se adentrar em suas particularidades para perceber paradoxos e até mesmo contrassensos.

Existem contradições presentes nessa ciência exata. Remetendo-se à introdução algébrica, concorda-se que: se as premissas de uma inferência indutiva são verdadeiras, nem sempre a conclusão deve ser verdadeira (pois é possível a conclusão de um argumento indutivo ser falso mesmo que suas proposições sejam verdadeiras).

Além disso, na matemática pode-se provar algo sem necessariamente observar uma contraprova: é o caso da indução lógica; cabe também acrescentar como exemplo o caso da soma de dois números inteiros pares, que é sempre par. Ou seja, mesmo que uma prova não apresente o desenvolvimento de todas as possíveis contraprovas, não deixa de ser uma prova. Isso, de certa forma, torna-se contraditório.

Seguindo nesse âmbito de contradição, cabe citar o teorema das 4 cores, que diz que qualquer mapa pode ser pintado com apenas 4 cores sem usar a mesma cor para 2 países fronteiriços. O resultado, no entanto, torna-se impossível de ser checado à mão; isso gera uma polêmica: como uma demonstração que não pode ser verificada por ninguém pode ser válida.

Os grandes matemáticos da história eram filósofos: Pitágoras (século VI a.c.), Aristóteles (século V a.c.), Galilei (século XVI), Descartes (século XVII), entre outros. Faz-se então de domínio público que

matemática e filosofia são atividades intelectuais que se complementam. Porém, quando se volta às raízes de ambas, vários pontos permitem questionamentos. A própria Teoria dos Conjuntos de Georg Cantor (século XIX) foi questionável, por considerar posições filosóficas sobre a própria matemática. Se as bases da Matemáticas venceram dúvidas, bem como se a filosofia é o exercício da dúvida, como não aceitar o exercício da dúvida por toda a matemática.

Nesse ponto, quando Cantor provou que o conjunto dos números algébricos é enumerável, houve uma considerável resistência dos matemáticos de renome da época como Henri Poincaré (1854 – 1912). Este, por sua vez, também encontrou resistência quando estudava sistemas gravitacionais de três corpos: as órbitas mútuas sempre tendiam a não serem periódicas, não condizendo com a harmonia que ocorria na mecânica clássica. Essas resistências deixam claro a presença de incerteza dentro desse contexto matemático/físico.

Em se tratando de incertezas, o próprio ato de aproximar valores trata-se de uma imprecisão. É o caso do conceito de limite para o número  $1/n$  ( $n$  sendo um natural): quando  $n$  se aproxima do infinito, o limite é zero, embora não há palpavelmente um número grande o bastante, como o infinito, para que  $1/n$  seja igual a zero.

Sendo assim, a dúvida precisa estar presente na compreensão de respostas à problemas matemáticos, por parte do aluno, uma vez que isso garante alguns questionamentos que são necessários ao processo de aprendizagem.

Dentro dessa visão de dúvida na matemática, estão presentes a consideração de valores aproximados, exatos e imprecisos, inerentes à determinadas situações. Esse âmbito necessita ser trazido para sala de aula, nos diferentes níveis de ensino, começando pela escola, principal foco do presente texto.

## **2.1 EXATIDÃO OU PRECISÃO?**

De posse da compreensão de que a prática da matemática, mostrada no cotidiano de experientes cientistas e investigadores, está longe de ser uma ciência livre de “erros”, apesar do termo “ciência exata”, torna-se cabível diferenciar dois conceitos pertinentes: exatidão e precisão.

O conceito de exatidão consiste no quanto um valor medido é aceito como referência; o conceito de precisão, por sua vez, indica o quanto as medidas repetidas estão próximas umas das outras.

No entanto, quando se realiza um experimento, procura-se repetir várias vezes para se ter certeza da resposta. Porém, não se deve confundir essa particularidade do trabalho matemático, com a própria matemática, que detêm uma relação intrínseca entre inexatidão e imprecisão em determinadas condições para determinados fenômenos.

Uma vez compreendido o fato de que esse contexto não está relacionado à erros sistemáticos, ou seja, aqueles que afetam as medidas de alguma forma, como por exemplo, erros de interpretação, de atribuição de valores, ou de processo, deve-se conceber que a exatidão admite imprecisão.

Seguindo nesse panorama, entende-se o quanto a Matemática tornou rigorosa a própria ideia de aproximação (ou imprecisão). Sem aproximação não seria possível lidar com irracionais e nem florescer

as ideias do Cálculo e da Estatística.

No período moderno (década de 30), adotado como principal para as épocas científicas, encontra-se as características do rigor e da exatidão, que permitem, por meio de reflexão, entender ciência como sendo investigação (HEIDEGGER, 2005, p.193). Cabe mencionar que muitos instrumentos de análise econômica foram desenvolvidos durante as guerras, reportando à exatidão intocável da matemática, um caráter de discussão e diagnóstico.

Sendo assim, o uso e a propagação da matemática como ciência exata, deve investigar resultados em consonância às situações com as quais se está trabalhando. Em outras palavras, o campo da Matemática está cada vez mais se tornando um projeto movido por negociações, do que a busca por verdades últimas.

## **2.2 SE ALGO CONTINUA, ENTÃO É IMPRECISO**

Pensando na imprecisão da matemática para determinadas interpretações de contextos, pode-se considerar o pensamento matemático como algo a ser continuado, visto que não está finalizado para situações específicas.

Torna-se cabível pensar inicialmente nos axiomas, considerados afirmações evidentes e aceitáveis que, na verdade, consistem em pontos de partida para inferências de novas relações.

Nesse sentido, as ideias que não estão finalizadas em determinados aspectos, cedem lugar à ideias imprecisas, ou seja, novos pensamentos gerados à partir de equivalências ou aproximações.

Houve época em que axiomas eram considerados afirmações auto evidentes, por conta da prevalência do conhecimento euclidiano, consagrado a mais de dois bilhões de anos. Todavia, nos dias de hoje, axiomas são simplesmente fórmulas usadas como ponto de partida para a inferência de novas fórmulas em uma dada teoria. Mesmo no campo da Geometria tem-se brechas para o treino das incertezas: o cálculo da área do círculo por aproximação de quadrados consiste em um exemplo relevante disso.

Até mesmo no campo computacional, Alan Turing, pai da Teoria da Computação, já considerava o fato de que máquinas não triviais, hoje, recursos computacionais, não apresentam soluções definitivas no desenvolvimento da Matemática. Mesmo existindo atualmente uma corrente de matemáticos defendendo o uso de computadores para a verificação e até para o desenvolvimento de demonstrações de teoremas, reconhece-se que essa ferramenta está muito aquém de uma atividade como a matemática, que demanda crítica.

Como mero instrumento de auxílio investigativo, computadores não são capazes de criar conjecturas, nem tão pouco de traçar caminhos para pesquisá-las. Cabe acrescentar que o ser humano, ao criar conjecturas, está lidando com incertezas.

Adentrando também o campo da lógica, as regras de dedução que permitem inferir uma sentença à partir de outra, trabalham o ato de justificar como atividade essencial. No entanto, por trás de uma justificativa se defende uma ideia ou se discorda da mesma, ou seja, tem-se uma atuação da Matemática baseada na argumentação, ou melhor, em algo não engessadamente exato.

Sendo assim, em diferentes campos da Matemática pode-se encontrar pontos de incerteza que abrem caminhos para a continuidade do raciocínio lógico sobre fundamentos, bem como para a construção de novas bases.

### 2.3 O ENSINO DE MATEMÁTICA E O ENFOQUE DA INEXATIDÃO

Tendo em vista o fato de que a Matemática, enquanto ciência que é exata, que (ao mesmo tempo) permite a continuidade de ideias, bem como que abre espaço para incertezas, compreende-se que o ensino da mesma necessita carregar essa bagagem de busca, questionamento e compreensão de sua exatidão.

Uma das leis fundamentais da aprendizagem estabelecida por Edward Thorndike (1874 – 1949), diz que quando uma conexão é modificável entre uma situação e uma resposta, a força dessa conexão é aumentada (OLIVEIRA, 2016, p. 10).

Dentro desse contexto, a aproximação, a inexatidão e a incerteza presentes em determinadas situações matemáticas que envolvem diversos conceitos e assuntos, podem consistir em um campo promissor no processo de ensino e aprendizagem.

Exemplificando esse pensamento, pode-se analisar o caso em que se faz uma simples medida: não tem-se total controle e nem absoluta certeza sobre a natureza daquilo que se está medindo, pois, muitas vezes, pode ser uma medida fora do usual. O que torna interessante a transposição didática desse contexto.

Quando se trabalha com grandezas incomensuráveis, dispõe-se de um campo pertinente para o ensino do que é incerto: até que ponto é aceitável um valor que não pode ser medido em “tamanhos”. Por exemplo, a diagonal de um quadrado é uma distância entre dois vértices e, enquanto distância, deve ser representada por um tamanho, certo? Sim, mas não se trata de um tamanho racional: eis uma incerteza ou inexatidão.

O ensino de algo que não é exato, embora tenha sido obtido por processos de certeza lógica, bem como de algo que assume diferentes valores de acordo com o contexto, mesmo surgindo de dados iguais, não consiste numa tarefa simples.

Até mesmo em séries iniciais o aprendizado da Matemática demanda o confronto entre o concreto e a dúvida: fenômeno que somente uma ciência “exata” pode deter. Ao exemplificar tal pensamento pode-se considerar duas gotas d’ água que juntas resultam em uma gota maior. Ora! Mas  $2 + 2$  não é igual à 4?

Na escola, aproximar resultados “quebrados” de um problema proposto, compreende uma ação quase que inconsciente em aulas de matemática. Durante o Ensino Fundamental, o trabalho com a aproximação de valores numéricos limita-se à eliminar unidades inferiores de uma determinada ordem, na expressão numérica, desprezando o juízo de valor sobre as situações propostas.

Em trabalhos relacionados à Matemática Financeira, abordados no Ensino Médio, aplica-se diferentes regras de arredondamento, visando tornar o resultado mais aceitável possível, ou até mesmo mais adequado. Nesse caso, a menção da não exatidão da Matemática, passa despercebida.

Entretanto, quando se trata de uma manipulação estatística de dados em sala de aula, faz-se necessário

utilizar o máximo de casas decimais, não sendo aplicável a aproximação. Outro fato que nem sempre é abordado, consiste no número de erros acumulados por aproximação, em casos onde se lida com um grande número de operações.

Dentre as regras trabalhadas no Ensino Fundamental, quando se trata de aproximação, tem-se que: se o algarismo a ser eliminado for maior ou igual à cinco, acrescenta-se uma unidade ao primeiro algarismo que está situado à sua esquerda; se o algarismo a ser eliminado for menor que cinco, deve-se manter inalterado o algarismo da esquerda (SILVA, 2017, p.2). Mas, muitas vezes, a aplicação dessa regra torna-se algo mecânico quando se deixa de problematizar o que é mais adequado em uma determinada atividade.

Seguindo nesse contexto, quando se ensina na escola que não há maneira de se escrever o valor exato de um número irracional, podendo apenas usar uma aproximação real para representá-lo, geralmente não se levanta a questão da imprecisão da Matemática enquanto “ciência exata”.

## **2.4 BUSCANDO ENSINAR ALGO INCERTO**

Se as necessidades da humanidade através dos tempos promoveram estudos sobre problemas naturais, suas causas e efeitos, cujas soluções dependeram de experimentos, erros e acertos realizados por estudiosos da Matemática (BARRETO e SILVA, 2003, p. 44), comprova-se então a incerteza presente nessa ciência. Sendo assim, o ensino da mesma, demanda carregar essa particularidade; a ideia da imprecisão necessita ser revelada ao aluno, à quem está sendo proposto a aprendizagem desse campo.

O modelo de ensino vigente parte do pressuposto de que um problema requer uma resposta. Entretanto, essa resposta pode, dependendo do contexto, ser precisa, aproximada, estimada ou até mesmo limitada: isso necessita ser abordado nas propostas educacionais desde os anos iniciais, para que os alunos desmistifiquem a Matemática, compreendendo o real âmbito de sua exatidão.

Em outras palavras, a Matemática é uma ciência exata que permite ao aluno perceber quando nem sempre pode dar uma resposta com exatidão.

De acordo com essas considerações, o processo de aprendizagem da Matemática deve abrir uma lacuna onde o aluno possa questionar-se até que ponto uma determinada resposta, exata, aproximada ou imprecisa, pode ser aceita em um certo contexto.

Uma recomendação presente nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), consiste em questionar a realidade utilizando a capacidade de análise crítica (BRASIL, p.8, 1998). Sendo assim, ao lidar com a matemática, o aluno necessita ser conduzido à desenvolver o entendimento das soluções que permitem responder aos problemas, bem como a aplicabilidade do assunto e, porque não dizer, da compreensão da incerteza.

De posse do entendimento de que a Matemática também pode ser imprecisa, o aluno pode ficar menos preocupado com suas próprias limitações pessoais para aprender esse ramo do conhecimento, concentrando-se mais na análise crítica dessa disciplina. Em outras palavras, a criticidade do aluno precisa estar acima do receio de suas possíveis dificuldades de aprendizagem

## **2.5 APRENDER MATEMÁTICA À PARTIR DA INCERTEZA**

Uma proposta condizente para o ensino da Matemática precisa ter como objetivo, conduzir o aluno à ser capaz de interpretar uma resposta a ponto de considerá-la válida para uma determinada situação bem como, compreender que a exatidão e/ou aproximação dessa resposta se faz adequada para aquela situação e, assim, poder interrogar se tal resposta poderia ser estendida à outras situações.

Sendo assim, a proposta desse texto consiste em abordar a importância do reconhecimento da relação entre as características: exata, aproximada e incerta, no trabalho com a matemática em sala de aula, o que permite uma contribuição importante no desenvolvimento de sua aprendizagem.

Para os anos iniciais do Ensino Fundamental, instigar a criança à pensar sobre diferentes fenômenos que não podem ser quantificados ou medidos, em determinados contextos, pode conduzi-la à percepção de incerteza.

Durante o Ensino Fundamental II, atividades que permitam a compreensão da diferença entre números racionais e irracionais, em situações concretas, possibilita ao aluno compreender e até questionar exatidão e imprecisão.

No Ensino Médio, abordar a importância de valores precisos em problemas que envolvam o pensamento trigonométrico, permite ao aluno refletir até que ponto a Matemática é de fato, exata.

O desenvolvimento de uma postura crítica no trato com a Matemática, particularmente em ocasiões de incerteza, torna possível ao aluno uma visão mais ampla dessa ciência, bem como uma atuação mais capaz em situações do mundo à sua volta, que envolvam imprecisões e exatidão.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Os matemáticos ao longo da história nos provam que tal ciência também lida com incertezas, ao tratar diferentes situações que envolvam exatidão e precisão. O que não tem a ver com erros que influenciam medidas, mas sim, com respostas que atendam a diferentes fenômenos. Interpretar resultados para situações consiste numa atitude de investigação, condizente à todas as ciências.

Em diferentes campos da matemática, as ideias e os fundamentos tratam de diferentes características, entre elas a aproximação, abrindo espaço para novas descobertas; isso leva à imprecisões.

Tem-se então que se pensar bem sobre resolver algo apenas com precisão matemática, uma vez que os matemáticos, hoje em dia, estão levando muito em conta o papel das decisões humanas sobre que provas são válidas.

A incerteza e a imprecisão, presentes na matemática não podem ser ocultadas do aluno, uma vez que essa particularidade pode levá-lo a conhecer e compreender melhor essa disciplina, podendo exercer o senso crítico, fundamental ao processo de aprendizagem.

O trabalho com medidas fora do habitual, ou seja, com a aproximação, a inexatidão ou a incerteza, consiste numa atitude de questionamento e, sendo assim, compreende um panorama de ensino

interessante.

O ensino escolar necessita proporcionar ao aluno a possibilidade de questionamento sobre as respostas de problemas matemáticos dentro de diferentes contextos, bem como proporcionar a compreensão da exatidão e/ou aproximação dessa resposta.

Estimular a percepção da incerteza frente a um problema matemático em sala de aula consiste numa atitude capaz de desenvolver o senso crítico do aluno em detrimento à preocupação com suas próprias limitações.

Se a visão de imprecisão matemática for estimulada em sala de aula, todo aluno pode se concentrar mais em uma análise crítica sobre a mesma, o que pode repercutir na reflexão e até mesmo em contribuições nessa área.

Contudo, recomenda-se a abordagem da relação exatidão/aproximação/incerteza dentro da matemática, nos níveis de Ensino Fundamental e Médio, com o intuito de buscar uma contribuição para o processo de ensino e aprendizagem dessa disciplina.

Somente perante a incerteza é que se questiona, se busca, se reflete, se aprende. Além disso, existe magia na análise crítica, na investigação e na demonstração; fazer matemática é promover contato com um mundo mágico e incerto.

## REFERÊNCIAS

AKEL, Alberto. **A matemática é uma ciência exata?** Unidades Imaginárias. 2017. Disponível em: <<https://unidadesimaginarias.wordpress.com/2017/.../a-matematica-e-uma-ciencia-exata.htm>>. Acesso em 15 de junho de 2017.

BARRETO FILHO, Benigno ; XAVIER DA SILVA, Cláudio. **A matemática aula por aula**. São Paulo: FTD, 2003.

BAUTISTA, Guilherme. **Is mathematics an exact science ?** Math and Multimedia 2010. <[mathandmultimedia.com/2010/.../is-mathematics-an-exact-science.htm](http://mathandmultimedia.com/2010/.../is-mathematics-an-exact-science.htm)>. Acesso em 25 de junho de 2017.

CHALMERS, Alan. **Whats is this thing called science ?** Third edition.1999 . <https://eclass.upatras.gr/.../Chalmers%201999.%20What%20Is%2.html>. Acesso em 12 de junho de 2017.

CURY, Helena Noronha. **Análise de Erros: o que podemos aprender com a resposta dos alunos**. Belo Horizonte: Autentica, 2008.

DIACU, Florin; HOLMES, Philip. **Celestial Encounters: The Origins of Chaos and Stability**. Princeton University Press. 1996. Disponível em: <[press.princeton.edu/titles/5913.html](http://press.princeton.edu/titles/5913.html)>. Acesso em 10 de julho de 2017.

DUARTE, Marcos. **Navegando e Aprendendo**. InfoEscola. 2015. Disponível em:



[www.infoescola.com/matematica/aproximacao-de-valores-numericos/](http://www.infoescola.com/matematica/aproximacao-de-valores-numericos/). Acesso em 20 de junho de 2017.

HEIDEGGER, Martin. **A época da imagem do mundo**. In: SCHNEIDER, Paulo R. O outro pensar. Ijuí: Editora UNIJUÍ, 2005.

MASTIN, Luke. **Story of mathematics: 19th Century mathematics – cantor**. 2010. Disponível em: <[www.storyofmathematics.com/19th\\_cantor.html](http://www.storyofmathematics.com/19th_cantor.html)>. Acesso em 10 de julho de 2017.

OLIVEIRA, Zaqueu Vieira. **Erros e Ensino na Matemática**. FEUSP. Disponível em: <https://edisciplinas.usp.br/mod/resource/view.php?id=1184712>. Acesso em 30 de junho de 2017.

REZENDE, Rodrigo. **A matemática está se transformando em uma ciência inexata**. Revista Superinteressante. 2005. Disponível em: <[super.abril.com.br/ciencia/224-nem-sempre/](http://super.abril.com.br/ciencia/224-nem-sempre/)>. Acesso em 05 de julho de 2017.

SANT'ANNA, Adonai. **A matemática não é uma ciência exata**. Matemática e Sociedade. 2015. Disponível em: <<http://adonaisantanna.blogspot.com/2015/07/matematica-e-uma-ciencia-exata.htm>>. Acesso em 08 de julho de 2017.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. **Arredondando Números**. Brasil Escola. 2017. Disponível em: <<http://brasilecola.uol.com.br/matematica/arredondando-numeros.htm>>. Acesso em 22 de julho de 2017.

[□](#) Mestranda no Ensino de Matemática pela Universidade de São Paulo