MULTIDISCIPLINARY SCIENTIFIC JOURNAL
NÚCLEO DO CONHECIMENTO
REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR NÚCLEO DO CONHECIMENTO ISSN: 2448-0959
https://www.nucleodoconhecimento.com.br

A ESTRUTURA MATEMÁTICA DA MÚSICA

ARTIGO ORIGINAL

VIANA, Arnóbio Araújo[1]

VIANA, Arnóbio Araújo. **A estrutura matemática da música.** Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Ano. 07, Ed. 08, Vol. 02, pp. 196-220. Agosto de 2022. ISSN: 2448-0959, Link de acesso: https://www.nucleodoconhecimento.com.br/matematica/matematica-da-musica, DOI: 10.32749/nucleodoconhecimento.com.br/matematica/matematica-da-musica

RESUMO

Levando em consideração que a composição musical é uma estrutura matemática sonora, o presente artigo demonstra o desenvolvimento da Estrutura Matemática da Música, disseminando uma linguagem sonora mais compreensível e adaptada a tecnologia atual dos estudos científicos relacionados à Ciência da Música. Sendo assim, o objetivo desta pesquisa foi desenvolver uma linguagem algébrica para estruturar matematicamente à Música, utilizando somente letras, números e símbolos para escrever os sons das notas musicais de um modo alfanumérico, representando as suas principais características sonoras, como: frequência (f), amplitude (a) e tempo de duração (t), numa expressão única $x=aft$ para identificar uma onda sonora. A linguagem desenvolvida permite uma grafia com leitura simples e possibilita o estudo dos fenômenos musicais de um modo geral em uma plataforma com representações gráficas no sistema de coordenadas cartesianas das estruturas dos agrupamentos melódicos, com as notas musicais em melodia e os agrupamentos harmônicos com as notas musicais em harmonia, promovendo, com isto, a Estrutura Matemática da Música.

Palavra-chave: Célula Musical, Melodia, Harmonia, Ritmo.

1. INTRODUÇÃO

A presente pesquisa foi viabilizada pelo desenvolvimento das operações de Harmonização ou H e sua inversa Melodiação ou M, estabelecidas no artigo “a operação harmonização (H) e sua inversa operação melodiação (M)” (VIANA, 2022).

No artigo supracitado, é definido que a Operação H (\), entre ondas sonoras de notas musicais, formam um agrupamento harmônico, cuja harmonia (h) é o efeito sonoro do resultado de uma combinação entre elas $(h=x\backslash y\backslash z=XYZ)$. Neste caso, essas ondas ficam interligadas simultaneamente no espaço-tempo, ou seja, os seus tempos iniciais são iguais e seus tempos finais também são iguais. Essas ondas de notas musicais iguais formam um agrupamento harmônico de um único som ou de uma harmonia uníssona $(h=x\backslash x\backslash x=X)$(VIANA, 2022).

Já a sua inversa Operação M (\), é definida entre ondas sonoras de notas musicais que formam um agrupamento melódico, cuja melodia é o efeito sonoro do resultado do arranjo entre elas $(m=x/y/z=xyz)$. Neste caso, essas ondas ficam interligadas continuamente no espaço-tempo, ou seja, o tempo final de uma onda é igual ao tempo inicial da onda seguinte e assim sucessivamente, onde ondas de notas musicais iguais formam um agrupamento melódico de sons repetidos $(m=x/x/x=xxx)$. Desse modo os agrupamentos musicais formados e organizados no espaço-tempo, vão constituir uma composição musical, composta de melodia, harmonia e ritmo (VIANA, 2022).

Sendo assim, o objetivo desta pesquisa foi desenvolver uma linguagem algébrica para estruturar matematicamente à Música, utilizando somente letras, números e símbolos para escrever os sons das notas musicais de um modo alfanumérico, representando as suas principais características sonoras, como: frequência (f), amplitude (a) e tempo de duração (t), numa expressão única $x=aft$ para identificar uma onda sonora.

2. REPRESENTAÇÃO DE UMA NOTA MUSICAL

Para representar o som de uma nota musical de forma algébrica nesta pesquisa, são necessárias três características fundamentais: a frequência sonora (f); a amplitude (a); e o tempo de duração (t), formando a expressão “ $x=aft$ ”, denominada, neste estudo, de Célula Musical.

Atribuiu-se esta nomenclatura pois ela representa qualquer onda sonora ou não sonora, ou ainda qualquer atributo componente da estrutura de uma música, sendo a nota musical a célula sonora mais importante à Música e, a pausa musical, a célula não sonora mais importante à Música, considerada uma nota musical de silêncio ou sem som, onde a frequência de amplitude zero $(\&=0ft)$ é representada por um zero negado $(0f=\emptyset)$ como sua cifra $(\&=\emptyset t)$ nessa Linguagem Algébrica Musical.

2.1 REPRESENTAÇÃO DA FREQUÊNCIA MUSICAL

A frequência (f), de um modo geral, é a característica mais importante de qualquer vibração e é originada através de um abalo em um meio qualquer, que vai produzir uma série de frequências. Quando em Operação H natural entre elas, forma-se uma harmonia, que determina a frequência resultante desse abalo $(f=f_0\backslash f_1\backslash f_2\backslash ...\backslash f_n=F_0F_1F_2...F_n)$. Ademais, aquela de som mais grave ou de menor oscilação entre elas $(F_0<F_1<F_2<...<F_n)$, é a mais importante entre todas, chamada de Frequência Fundamental (F_0), sendo a característica responsável pelo som que ouvimos e que nos proporciona distinguir um som grave ou de frequência baixa de um som agudo ou de frequência alta.

Representada na Música, atualmente, com base na obra de Guest (2020, p. 33 a 41), pelas sete primeiras letras do Alfabeto Latino A, B, C, D, E, F e G, chamadas de cifras, respectivamente representando as notas musicais Lá, Si, Dó, Ré, Mi, Fá e Sol, onde em letras maiúsculas vão indicar as harmonias de acompanhamentos instrumentais ou Acordes Musicais que, neste estudo, também, vão representar as notas musicais agrupadas em harmonia, resultado da Operação “H” entre elas $(h=x\backslash y\backslash z=XYZ)$. Já as letras minúsculas vão representar as notas musicais agrupadas em melodia, resultado da Operação “M” entre elas $(m=x/y/z=xyz)$.

A oitava nota musical do alfabeto acima citado é a repetição da primeira nota $(A, B, C, D, E, F, G, A^2)$, com uma frequência duas vezes mais alta, identificada por um índice numérico dois ao lado superior da sua cifra (A^2)e, se esse índice fosse posicionado abaixo (A^2), essa nota seria chamada de Oitava Grave, com a sua

MULTIDISCIPLINARY SCIENTIFIC JOURNAL NÚCLEO DO CONHECIMENTO
REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR NÚCLEO DO CONHECIMENTO ISSN: 2448-0959
https://www.nucleodoconhecimento.com.br

frequência à metade da primeira nota, significando que as suas frequências são decrescentes $(A, G, F, E, D, C, B, A_2)$.

Portanto, uma escala de notas musicais em oitava pode ser representada entre parênteses com o seu índice indicativo acima $(abcdefg(abcdefg)^2...)^n$ou de oitava grave com o seu índice indicativo abaixo $(agfedcb(agfedcb)_2...)_n$.

Entre as oito notas musicais principais $(abcdefga^2)$, ainda, existem outras cinco notas intermediárias, representadas atualmente com o símbolo de Sustenido $(\#)$ao lado de sua cifra em uma escala crescente em Lá $(aa^\#bcc^\#dd^\#eff^\#gg^\#a^2)$, separadas por espaços de frequência chamado de Semitom (δ).

Entretanto, neste estudo, a palavra “Sustenido” é substituída pela letra “u” e o seu símbolo $(\#)$por uma barra sobre a cifra $(x^\#=\bar{x})$, para prover um nome monossilábico ou de uma sílaba, que possam ser cantados por qualquer pessoa no estudo de solfejo dessas notas musicais. Desse modo, a nota musical Lá sustenido $(a^\#)$é também a nota Lau $(\bar{a})$, Dó sustenido $(c^\#)$a nota Dou $(\bar{c})$, Ré sustenido $(d^\#)$a nota Reu $(\bar{d})$, Fá sustenido $(f^\#)$a nota Fau $(\bar{f})$e Sol sustenido $(g^\#)$a nota Sou $(\bar{g})$.

Ainda, também, existem doze notas musicais intermediárias, entre as treze notas da escala crescente de semitom em Lá $(a\bar{a}bc\bar{c}d\bar{d}ef\bar{f}g\bar{g}a^2)$, separadas por espaços de frequência chamado de Microtom (μ), utilizadas, normalmente, pelos músicos do Continente Oriental, que, neste estudo, apresentam seus nomes com suas cifras, originados com a primeira letra da nota anterior a sua posição na escala crescente em Lá $(ax_1\bar{a}x_2bx_3cx_4\bar{c}x_5dx_6\bar{d}x_7ex_8fx_9\bar{f}x_{10}gx_{11}\bar{g}x_{12}a^2)$, unida a uma vogal (a, e, i, o, u), excluindo aquelas que repetem os nomes das notas existentes.

Por exemplo, a primeira nota microtom “x_1” entre as notas Lá e Lau $(ax_1\bar{a})$, tem o seu nome “Lé”, formado com a letra L da nota Lá (a), mais a vogal “e” da sequência “a, (e), i, o, u”, excluindo a vogal “a” da nota Lá e a sua cifra é a mesma da nota Lá (a), porém em letra maiúscula (A) quando em melodia, assim como, o nome da nota microtom seguinte “x_2” entre as notas Lau e Si $(\bar{a}x_2b)$, tem o seu nome “Li”, formado com a letra L da nota Lau $(\bar{a})$, mais a vogal “i” da sequência “a, e, (i), o, u”, excluindo as vogais “a” e “e” das notas Lá e Lé, sendo a sua cifra a mesma da nota Lau $(\bar{a})$, porém em letra maiúscula $(\bar{A})$e, o nome da décima segunda nota musical (x_{12})entre a nota Sou e Lá oitava $(\bar{g}x_{12}a^2)$, é “Só” $(\bar{G})$, sendo formado pela letra “S” de Sou e “o” da sequência das vogais “a, e, i, (o), u”, excluindo as vogais “a” existente em Sá, “e” existente em Sé, “i” existente em Si, restando a vogal “o”. A sua cifra é a mesma da nota Sou $(\bar{g})$, porém em letra maiúscula $(\bar{G})$. Assim foram denominadas as notas musicais microtons, abaixo a escala de semitons e a escala de microtons em Lá.

Escala musical de semitom em Lá

Lá Lau Si Dó Dou Ré Reu Mi Fá Fau Sol Sou Lá2

$A \quad \bar{A} \quad B \quad C \quad \bar{C} \quad D \quad \bar{D} \quad E \quad F \quad \bar{F} \quad G \quad \bar{G} \quad A^2$

$a \quad \bar{a} \quad b \quad c \quad \bar{c} \quad d \quad \bar{d} \quad e \quad f \quad \bar{f} \quad g \quad \bar{g} \quad a^2$

Escala musical de microtom em Lá

Lá Lé Lau Li Si Sá Dó Dá Dou Dé Ré Rá Reu Ri Mi Má

$a \quad A \quad \bar{a} \quad \bar{A} \quad b \quad B \quad c \quad C \quad \bar{c} \quad \bar{C} \quad d \quad D \quad \bar{d} \quad \bar{D} \quad e \quad E$

Fá Fé Fau Fi Sol Sé Sou Só Lá²

$f \quad F \quad \bar{f} \quad \bar{F} \quad g \quad G \quad \bar{g} \quad \bar{G} \quad a^2$

2.2 TOM (τ), SEMITOM (δ) E MICROTOM (μ)

Qualquer que seja a escala musical, as suas notas musicais são separadas em melodia por espaços de intervalos de frequências $(x/i_f/y)$, que podem apresentar três medidas em frequências diferentes, chamadas de Tom (τ), Semitom (δ)e Microtom (μ), sendo o Semitom determinado através da sua escala de treze notas musicais

$(a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8 a_9 a_{10} a_{11} a_{12} a_{13})$, que é uma série de uma PG ou Progressão Geométrica, (SILVA, s.d.).

Neste caso, uma PG musical (PGM), onde a décima terceira nota é o dobro da primeira $(a_{13}=2a_1)$. Logo, pode-se aplicar a fórmula do Enésimo Termo de uma PG $(a_n=a_{n-1}.q)$e calcular a sua razão $(q=\sqrt[n-1]{a_n : a_1})$, onde $a_n=a_{13}$ e $n=13$, resultando no intervalo de um semitom $(\delta=\sqrt[13-1]{a_{13} : a_1}=\sqrt[12]{2a_1 : a_1}=\sqrt[12]{2}=1{,}059...)$, sendo o Tom calculado pela potência quadrada de um semitom $(\tau=\delta^2=(1{,}059...)^2=1{,}122...)$e o microtom calculado pela raiz quadrada de um semitom $(\mu=\sqrt{\delta}=\sqrt{1{,}059...}=1{,}029...)$.

Esses valores, também, podem ser determinados pela fórmula geral dos intervalos de frequências $(q=\sqrt[12]{2^n})$onde "n" igual a um $(n=1)$resulta no intervalo de um semitom $\delta=\sqrt[12]{2^1}=1{,}059...$“n” igual a dois $(n=2)$resulta no intervalo de um tom $(\tau=\sqrt[12]{2^2}=1{,}122...)$ “n” igual à meio $(n=\frac{1}{2})$ resulta no intervalo de um microtom $(\mu=\sqrt[12]{2^{1:2}}=1{,}029...)$Desse modo, a frequência de uma nota musical pode ser calculada através da fórmula do Termo Geral de uma PG $(a_n=a_1.q^{n-1})$onde o primeiro termo (a_1)é a frequência fundamental padrão da nota musical Lá $(a_1=f_a=27{,}5Hz)$e o segundo termo $(n=2)$é a frequência da nota musical seguinte $(a_n=a_1.q^{2-1}=a_1.q)$, Logo, a frequência fundamental da nota Si é o produto entre a nota Lá pelo Tom $(f_b=f_a.\tau=27{,}5.1{,}122=30{,}85Hz)$, assim como, o produto entre a frequência da nota Si pelo semitom, resulta na frequência da nota Dó $(f_c=f_b.\delta=30{,}85.1{,}059=32{,}67Hz)$e o produto entre a frequência da nota Dó pelo microtom, resulta na frequência da nota Dá $(f_C=f_c.\mu=32{,}67.1{,}029=33{,}62Hz)$ e assim por diante para qualquer nota musical.

Entretanto, é válido lembrar que essas frequências são valores aproximados, pois o Tom $(\tau=1{,}122...Hz)$, o Semitom $(\delta=1{,}059...)$e o Microtom $(\mu=1{,}029...)$são números irracionais ou infinitos, como o número pi $(\pi=3{,}141...)$Ademais, para melhor entendimento operacional dos intervalos de frequência numa escala linear, um

Semitom é considerado igual a meio Tom $(\delta=0,5\tau)$um Microtom é igual a um quarto de Tom $(\mu=0,25\tau)$ e um semitom igual à meio microtom $(\delta=0,5\tau)$.

2.3 REPRESENTAÇÃO DO TIMBRE MUSICAL

Quando a frequência fundamental (F_0) é retirada do conjunto de frequências harmônicas, que compõem uma frequência qualquer $(f=f_0\backslash f_1\backslash f_2\backslash ...\backslash f_n=F_0F_1F_2...F_n)$as frequências restantes vão formar o Timbre $(f_h=F_1F_2...F_n)$do latim *Timpanum*, que é uma característica secundária da frequência resultante $(f=f_0\backslash f_h)$, mas que nos permite distinguir sons distintos com a mesma frequência fundamental.

Essa característica é considerada opcional na Linguagem Algébrica Musical, deixando para o músico intérprete escolher o instrumento a ser utilizado nas emissões das notas musicais. Entretanto, o Timbre pode ser representado por um número inteiro natural acentuado com um til $(\tilde{n})$anexo à cifra da nota musical $(x=\tilde{n}ft=ft\tilde{n})$ou no início da grafia $(\&\tilde{n}:)$para toda melodia ou ficar antes de um parêntese somente para algumas notas musicais$\tilde{n}(xy...z)$, onde $\tilde{n}$ é legendado a parte da melodia indicando o instrumento a ser utilizado$(\tilde{n}=\text{instrumento})$.

2.4 REPRESENTAÇÃO DA AMPLITUDE MUSICAL

A amplitude (a) de uma nota musical $(x=aft)$é medida pela sua intensidade sonora em decibel (dB), que pode variar de zero até um limite audível suportável pelo ser humano (HELERBROCK, s.d.), sendo a característica que nos permite distinguir um som fraco de um som forte.

Normalmente é utilizada a faixa de intensidade sonora entre quarenta a sessenta decibéis $(40dB\leq a\leq 60dB)$como faixa de intensidade normal para qualquer nota musical ser auditiva pelo ser humano e, abaixo dessa faixa$(a<40dB)$, a cifra da nota é identificada com um acento grave $(\grave{x})$e, acima dessa faixa $(a>60dB)$com um acento agudo $(\acute{x})$. Ainda, se for necessária uma intensidade específica a um valor qualquer, basta um acento circunflexo sobre esse valor anexo a cifra da nota $(\hat{n}ft=ft\hat{n})$, indicando essa intensidade multiplicada por dez $(\hat{n}=10ndB)$, podendo vir também antes de um parêntese para várias notas musicais $\hat{n}(xy...z)$. Uma seta anexa a uma nota musical vai indicar que a sua intensidade sonora é crescente $(ft\uparrow)$ decrescente $(ft\downarrow)$ou crescente-decrescente e vice-versa $(ft\updownarrow)$.

2.5 REPRESENTAÇÃO DO TEMPO DE DURAÇÃO MUSICAL

O tempo de duração (t) de uma célula musical $(\&=aft)$, nota ou pausa, é a característica que nos proporciona distinguir um som de duração curta de um som de duração longa, sendo representado por um número inteiro natural positivo $(1, 2, 3, ..., n)$, que em um arranjo melódico antes da cifra de uma célula musical (nx), representa uma duração igual ou maior que um segundo $(t\geq 1s)$. Nesse contexto, as mais usadas são as de um segundo $(1x=x)$, dois segundos $(2x)$, três segundos $(3x)$, quatro segundos $(4x)$e poucos outros acima dessa duração (nx).

Devido aos compassos mais utilizados em um ritmo musical, neste estudo, terem o período padrão limitado até quatro segundos $(T=4s)$ e, quando esse mesmo número inteiro vier em um arranjo melódico após a cifra de uma célula musical (xn)ele vai representar uma duração igual ou menor que um segundo $(t\leq 1s)$constituindo um número fracionário à Música.

Subentendendo "n" como um número denominador de uma fração, cujo numerador é a unidade $(t=\frac{1}{n})$, sendo as durações mais usadas as de meio segundo $(x2)$, um terço de segundo $(x3)$, um quarto de segundo $(x4)$, um sexto de segundo $(x6)$, um oitavo de segundo $(x8)$ e não mais que um nono de segundo de duração $(x9)$, pois o som deixa de ser auditivo para o ser humano quando for igual ou menor que um décimo de segundo $(t \leq 0{,}1s)$. Sendo assim, tanto o tempo de duração em segundos, como em fração de segundo, podem ser representados na mesma célula musical. Por exemplo, $3d$ é a nota Ré com três segundos de duração, $d3$ é a nota Ré com um terço de segundo de duração e $1d24$ é a nota Ré com um segundo, mais meio e mais um quarto de segundo de duração.

Quando um tempo de duração (n) vier com um acento agudo $(\acute{n}x)$ ou grave $(x\grave{n})$, significa que ele é instantâneo ou igual a um nono de segundo $(x9)$, com o resto da duração real em pausa musical. Neste caso, o acento agudo indica uma amplitude com intensidade forte e o grave uma amplitude com intensidade fraca. Por exemplo, $c\acute{2}$ é a nota Dó com intensidade sonora forte na duração instantânea $(c9)$ e pausa no restante da duração de meio segundo.

Quando uma duração vier acompanhada por dois pontos $(xt:)$ significa uma breve interrupção na composição musical, permitindo a interação dos músicos com o público, voltando a reiniciar a qualquer tempo, normalmente no mesmo compasso da interrupção.

Quando uma duração vier acompanhada por uma reticência $(xn...)$ significa que após o seu término, ela se estende em pausa musical por mais um determinado tempo, podendo finalizar no mesmo compasso ou em outro compasso diferente. Por exemplo, $g...$ é a nota Sol com um segundo de duração, podendo finalizar no mesmo compasso ou em outro compasso qualquer.

Quando uma nota musical iniciar em um compasso e finalizar em outro sem perder a sua continuidade sonora, a sua cifra no compasso seguinte é identificada com um apóstrofo. Por exemplo, a nota Dó com três segundos $(3c)$, sendo dois segundos $(2c)$ em um compasso e um segundo (c') no compasso seguinte $(3c = 2c \;\; c')$.

MULTIDISCIPLINARY SCIENTIFIC JOURNAL NÚCLEO DO CONHECIMENTO
REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR NÚCLEO DO CONHECIMENTO ISSN: 2448-0959
https://www.nucleodoconhecimento.com.br

3. OPERAÇÕES ENTRE CÉLULAS MUSICAIS

As operações entre células musicais formam agrupamentos de notas e pausas musicais, denominadas de monômios musicais e quando um tempo de duração (t) vier entre duas células musicais (xty), ele vai pertencer sempre a primeira célula (xt_xy) e a segunda fica com a duração posterior. Neste caso, é de um segundo subentendido $(t_y\!=\!1s)$ e somente uma vírgula antes dessa duração (x,ty) lhe fará pertencer à segunda célula (x, t_yy) fazendo a primeira ficar com a duração de um segundo subentendido $(t_x\!=\!1s)$. Por exemplo, $c2e$ é a nota Dó com meio segundo e a nota Mi com um segundo de duração e $c,2e$ é a nota Dó com um segundo e a nota Mi com dois segundos de duração.

3.1 OPERAÇÃO "M" ENTRE CÉLULAS MUSICAIS

Quando duas ou mais células musicais quaisquer ficam em operação M, elas formam um monômio algébrico melódico m, cujo resultado é uma melodia entre elas $(m\!=\!x/y/z\!=\!xyz)$, onde o tempo de duração final da primeira nota (t_{fx}) é igual ao tempo de duração inicial da segunda nota $(t_{fx}\!=\!t_{iy})$, assim como, o tempo de duração final da segunda nota (t_{fy}) é igual ao tempo de duração inicial da terceira nota $(t_{fy}\!=\!t_{iz})$. Por exemplo, as notas musicais Dó, Mi, Sol, Mi, Dó, todas com um segundo de duração $(t\!=\!1s)$ em Operação M formam um monômio melódico de melodia domisolmidó $(m\!=\!c/e/g/c^2\!=\!cegc^2)$ e, qualquer mudança de posição de uma dessas notas, nessa operação, vai formar outro resultado com outra melodia $(m'\!=\!c^2/c/e/g\!=\!c^2ceg)$.

3.2 OPERAÇÃO "H" ENTRE CÉLULAS MUSICAIS

Quando duas ou mais notas musicais rítmicas ou com durações iguais $(t_x=t_y=t_z=t)$ ficam em operação $H\ (h=x\backslash y\backslash z=XYZ)$, elas formam um monômio algébrico harmônico h, cujo resultado é uma harmonia entre elas, onde os seus tempos de duração iniciais são todos iguais $(t_{ix}=t_{iy}=t_{iz}=t_i)$, assim como, os seus tempos de duração finais $(t_{fx}=t_{fy}=t_{fz}=t_f)$.

Notas musicais iguais, nessa operação, resultam em um monômio uníssono ou de uma única nota musical $(h=x\backslash x\backslash x=X)$e, quando essas notas forem arrítmicas ou com durações diferentes, elas vão formar várias harmonias em função da operação M. Por exemplo, a operação H entre $2c\backslash 2e\backslash 2g=2(CEG)$e entre $4c\backslash 3e\backslash g=(c\backslash e\backslash g)/(2c\backslash 2e)/c=\ CEG/2(CE)/c$. Neste caso, a nota Sol com menor duração $(1s)$ forma a primeira harmonia domisol (CEG), restando a nota Mi com menor duração $(2s)$ formando a harmonia domi $(2(CE))$ em melodia com a harmonia domisol, restando a nota Dó com um segundo de duração (c) em melodia com a harmonia domi.

3.3 OPERAÇÃO "M" ENTRE MONÔMIOS MUSICAIS

Quando dois ou mais monômios musicais quaisquer ficam em operação M, eles vão formar um polinômio melódico P_m, onde os seus monômios ficam separados por espaços em branco, subentendendo os operadores Mentre eles, podendo ser formados: somente por monômios melódicos em uma única melodia $(p_{mm}=m_1/m_2/.../m_n=m_1\ m_2...m_n)$, somente por monômios harmônicos em uma melodia de harmonias $(p_{mh}=h_1/h_2/.../h_n=h_1\ \ h_2...h_n)$ e composto por monômios melódicos e harmônicos $(p_{mc}=m_1/h_1/.../m_n/h_n=m_1\ h_1...\ m_n\ h_n)$.

Esses monômios devem ser rítmicos ou apresentar os seus períodos iguais $(T_1=T_2=...=T_n=T)$, sendo determinados pela somatória dos tempos de duração de suas células musicais $(T=t_1+t_2+...+t_n)$, propriedade denominada neste estudo de Princípio do Ritmo, que permite que um sistema qualquer permaneça em equilíbrio durante a sua existência e, mesmo que ocorra uma eventual arritmia em sua estrutura ou se um desses períodos for diferente dos outros, o período seguinte se manterá igual ao período de equilíbrio (T) para corrigir o desequilíbrio ocasional. Porém, uma sequência de arritmias na estrutura rítmica pode ocasionar o colapso do ritmo desse polinômio.

Quando os monômios desse polinômio forem arrítmicos, eles devem ser modulados em um ritmo numa estrutura rítmica binária $(r=2)$, ternária $(r=3)$, quaternária $(r=4)$ ou outra qualquer $(Pr=|Pa|^r)$, ajustando os períodos arrítmicos em rítmicos e somente o primeiro e o último monômio de um ritmo podem ficar incompletos de notas musicais, respectivamente, subtendendo pausa musical antes e depois dessas notas completando os períodos desses monômios, conforme exemplos abaixo.

a) Operação M com os monômios rítmicos $m_1=ecec,\ m_2=3\bar{d}\emptyset,\ m_3=3a$

$P_m4=m_1/m_2/m_1/m_3=ecec/3\bar{d}\emptyset/ecec/3a=ecec\ \ 3\bar{d}\emptyset\ \ ecec\ \ 3a$

$P_m4=ecec\ \ 3\bar{d}\emptyset\ \ ecec\ \ 3a\ \rightarrow$ polinômio melódico quaternário

b) Operação M com os monômios arrítmicos

$m_1=ecec,\ m_2=3g,\ m_3=eg,\ m_4=ec,\ m_5=3\bar{d}$

$P_ma=m_1/m_2/m_3/m_4/m_5=ecec/3g/eg/ec/3\bar{d}=ecec\ \ 3g\ \ eg\ \ ec\ \ 3\bar{d}$

$P_ma=ecec\ \ 3g\ \ eg\ \ ec\ \ 3\bar{d}\ \rightarrow$ polinômio melódico arrítmico

Módulo rítmico ternário $(r=3)$ em P_ma

$P_m3=|P_m a|^3=|ecec \;\; 3g \;\; eg \;\; ec \;\; 3\bar{d}\;|^3=e/cec/3g/ege/c,2\bar{d}/\bar{d}'=$

$P_m3=e \;\; cec \;\; 3g \;\; ege \;\; c,2d \;\; d' \rightarrow$ polinômio melódico ternário

3.4 OPERAÇÃO "H" ENTRE MONÔMIOS MUSICAIS

Quando dois ou mais monômios musicais ficam em operação H, eles formam um polinômio harmônico P_h. Assim, os monômios continuam na mesma forma operacional, separados pelos seus operadores H $(p_h=m_1\backslash m_2\backslash ...\backslash m_n=m_1\backslash m_2\backslash ...\backslash m_n)$ ou podem ficar na forma de uma matriz de coluna $\left(p_h=m_1\backslash m_2\backslash m_n=\begin{matrix}m_n\\ m_2\\ m_1\end{matrix}\right)$, podendo ser formados somente por monômios melódicos em harmonia $(p_{hm}=m_1\backslash m_2\backslash ...\backslash m_n=m_1\backslash m_2\backslash ...\backslash m_n)$, somente por monômios harmônicos $(p_{hh}=h_1\backslash h_2\backslash ...\backslash h_n=h_1\backslash h_2\backslash ...\backslash h_n)$ e compostos por monômios melódicos e harmônicos $(p_{hc}=m_1\backslash h_1\backslash ...\backslash m_n\backslash h_n=m_1\backslash h_1\backslash ...\backslash m_n\backslash h_n)$. Abaixo exemplifica-se a Operação H entre três monômios musicais rítmicos.

Abaixo exemplifica-se a Operação H entre três monômios musicais rítmicos.

Monômios melódicos $m_1=ecec,\ m_2=2c2e,\ h=4(CEG)$

$P_h4=m_1\backslash h\backslash m_2=?$

Forma operacional: $P_h4=ecec\backslash 4(CEG)\backslash 2c2e=ecec\backslash 4(CEG)\backslash 2c2e$

Forma de matriz: $P_h4=ecec\backslash 4(CEG)\backslash 2c2e=4\begin{pmatrix}2c2e\\ CEG\\ ecec\end{pmatrix}$

O monômio harmônico $h_1=4(CEG)$ pode ser substituído pela sua forma de acorde de Dó maior $(C_M=4(CEG))$ (ALMADA, 2012). Dessa forma, a sua duração fica subentendida e é igual à duração dos monômios melódicos dessa operação $(P_h4=ecec\backslash 4(CEG)\backslash 2c2e=ecec\backslash C_M\backslash 2c2e)$ ou pode ficar com a sua duração específica se ela for diferente da duração do monômio melódico, que determinam o período do compasso. Por exemplo, se $h=3(CEG)$, $P_h4=ecec\backslash 3(CEG)\backslash 2c2e=ecec\backslash 3C_M\backslash 2c2e$.

3.5 OPERAÇÃO “M” ENTRE POLINÔMIOS MUSICAIS

Quando dois ou mais polinômios musicais rítmicos ficam em operação M, eles podem formar vários tipos de novos polinômios musicais monorrítmicos. Quando todos os polinômios apresentam o mesmo ritmo, caso contrário, formam polinômios polirrítmicos, sendo os mais utilizados na Música, aqueles formados somente por polinômios harmônicos compostos rítmicos $(P=P_{c1}/.../P_{cn}=(m_1\backslash h_1)/.../(m_n\backslash h_n)=\ m_1\backslash h_1...m_n\backslash h_n)$, conforme exemplo abaixo.

Dados os polinômios compostos formar: $h=3(CEG)$, $P_h4=ecec\backslash 3(CEG)\backslash 2c2e=ecec\backslash 3C_M\backslash 2c2e$

$$P_{c1}=ecec\backslash C_M;\ P_{c2}=3\bar{d}\emptyset\backslash C_m;\ P_{c3}=3a\backslash A_m$$

$$P=P_{c1}/P_{c2}/P_{c1}/P_{c3}=(ecec\backslash C_M)/(3\bar{d}\emptyset\backslash C_m)/(ecec\backslash C_M)/(3a\backslash A_m)=$$

Forma operacional: $P=ecec\backslash C_M\ \ 3\bar{d}\emptyset\backslash C_m\ \ ecec\backslash C_M\ \ 3a\backslash A_m$

Forma de Matriz: $\begin{array}{lcccc} & C_M & C_m & C_M & A_m \\ P= & ecec & 3\bar{d}\emptyset & ecec & 3a \end{array}$

Onde: $C_M=4(CEG);\ C_m=4(C\bar{D}G);\ A_m=4(ACE)$

3.6 OPERAÇÃO "H" ENTRE POLINÔMIOS MUSICAIS

Quando dois ou mais polinômios musicais rítmicos ficam em operação H, eles podem formar vários tipos de novos polinômios musicais, sendo os mais utilizados na Música aqueles formados entre polinômios melódicos somente com monômios melódicos rítmicos, com polinômios melódicos somente com monômios harmônicos rítmicos $(P=P_{mm}\backslash P_{mh}=m_1\backslash h_1...m_n\backslash h_n)$, neste caso, os monômios dos polinômios em operação Hdevem ser rítmicos entre si, conforme exemplo abaixo.

Dados os polinômios melódicos formar $P=P_{mm}\backslash P_{mh}=?$

$P_{mm}=\text{ecec}\ \ 3\bar{d}\emptyset\ \ \text{ecec}\ \ 3a;\ P_{mh}=C_M\ \ \ C_m\ \ \ C_M\ \ \ A_m$

$P=P_{mm}\backslash P_{mh}=(\text{ecec}/3\bar{d}\emptyset/\text{ecec}/3a)\backslash(C_M/C_m/C_M/A_m)=$

$P=(\text{ecec}\backslash C_M)/(3\bar{d}\emptyset\backslash C_m)/(\text{ecec}\backslash C_M)/(3a\backslash A_m)=$

Forma Operacional: $C4\text{: ecec}\backslash C_M\ \ 3\bar{d}\emptyset\backslash C_m\ \ \text{ecec}\backslash C_M\ \ 3a\backslash A_m$

Forma de Matriz: $\begin{array}{lcccc} & C_M & C_m & C_M & A_m \\ C4= & \text{ecec} & 3\bar{d}\emptyset & \text{ecec} & 3a \end{array}$

4. GRÁFICOS DE UM POLINÔMIO MUSICAL

Os monômios musicais podem ser plotados em um gráfico nos eixos das coordenadas cartesianas. Para isso deve-se alocar no eixo das ordenadas ou na sua linha vertical, as frequências ou as cifras de suas notas musicais e, no eixo das abscissas ou na sua linha horizontal, o tempo de duração dessas notas. Em seguida, ligando esses pontos com segmentos de retas para um monômio melódico, forma-se o gráfico de Linha Melódica.

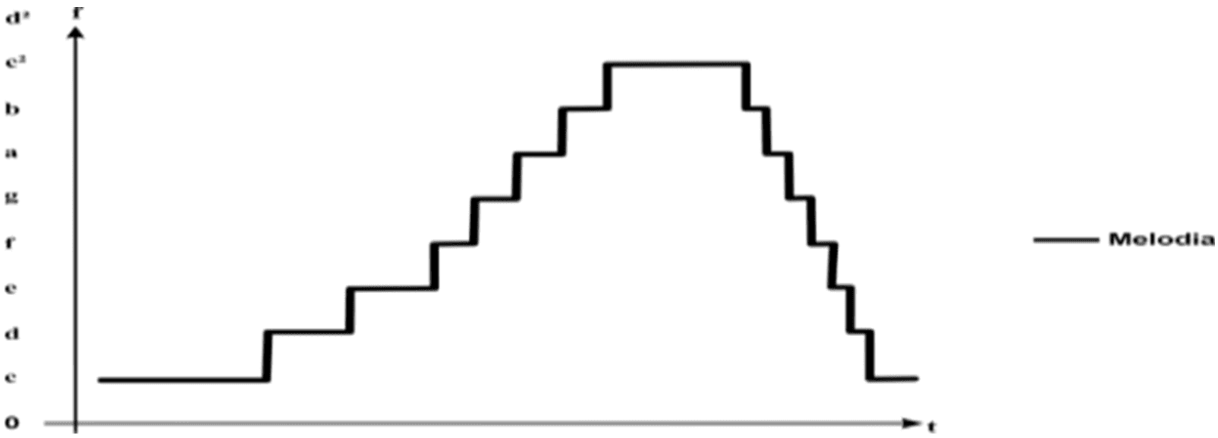
Entretanto, para um monômio harmônico, onde as suas durações são simultâneas, basta plotar a duração da sua nota musical tônica ou a principal nota do acorde de acompanhamento musical no gráfico de linha do monômio melódico, um pouco acima

MULTIDISCIPLINARY SCIENTIFIC JOURNAL
NÚCLEO DO CONHECIMENTO
REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR NÚCLEO DO CONHECIMENTO ISSN: 2448-0959
https://www.nucleodoconhecimento.com.br

da cifra para uma harmonia do modo maior e um pouco abaixo para uma harmonia do modo menor, formando o gráfico de Linha Harmônica, conforme exemplos relacionados abaixo.

a) &2=2c de f2g2a2b2 2c^2 b3a3g3f3e3d3 c2

Gráfico 1. Escala musical em Dó em ritmo binário.



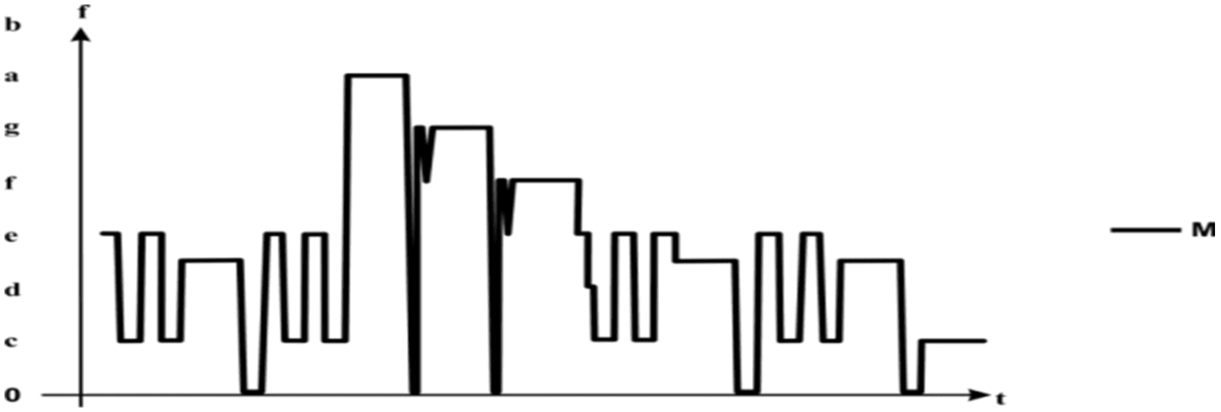
Fonte: autor.

M4=ecec 3d̄Ø ecec 3aØ2g4f4 3gØ2f4e4 3ff3e3d3 cece 3d̄Ø

ecec 3d̄Ø 3c

b)

Gráfico 2. Melodia simples em ritmo quaternário.

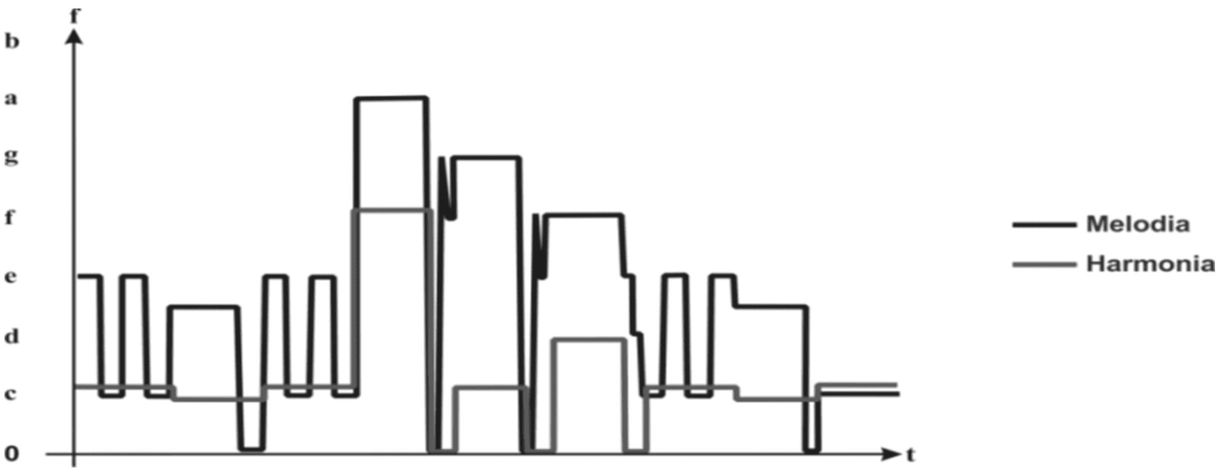


Fonte: autor.

C4: ecec\\$C_M$ 3dØ\\$C_m$ ecec\\$C_M$ 3aØ2g4f4\\$F_M$ 3gØ2f4e4\\$C_M$

c) 3ff3e3d3\\$D_m$ cece\\$C_M$ 3$\bar{d}$Ø\\$C_m$ 4c\\$C_M$

Gráfico 3. Melodia com uma harmonia.



Durações das notas musicais. Legenda: e=melodia; c=harmonia

Fonte: autor.

5. HARMONIA DE ACOMPANHAMENTO MUSICAL

Dado uma melodia qualquer $(\&=m_1\ m_2 \dots\ m_n)$, pode-se determinar a sua harmonia de acompanhamento musical aplicando o Módulo Harmônico $(H_n=|m_n|^h)$ desenvolvido neste estudo. Em cada compasso dessa melodia, que transforma as notas musicais melódicas em harmônicas, através da operação H entre elas $(|m_n|^h=|xyz|^h=x\backslash y\backslash z=\ XYZ)$, cuja harmonia resultante é ajustada a uma harmonia de acorde de acompanhamento do modo maior ou menor existente (ALMADA, 2012), conforme exemplo da melodia abaixo.

$$M4=ecec\ \ 3\bar{d}\emptyset\ \ ecec\ \ 3a\emptyset 2g4f4\ \ 3g\emptyset 2f4e4\ \ 3ff3e3d3\ \ cece\ \ 3\bar{d}$$

Harmonia de: $M4{:}\ H4=|M4|^h=H_1/H_2/H_3/H_4/H_5/H_6/H_7/H_8$

$$H_1=H_3=H_7=|m_1|^h=|ecec|^h=e\backslash c\backslash e\backslash c=EC=CE$$

Ajuste de $H_1=CE$ ao acorde de Dó maior: $C_M=CEG$

$$H_2=H_8=|m_2|^h=|3\bar{d}\emptyset|^h=3\bar{d}\backslash\emptyset=3\bar{D}$$

Ajuste de $3\bar{D}$ ao acorde de Dó menor em função de $C_M{:}\ C_m=C\bar{D}G$

$$H_4=|m_4|^h=|3a\emptyset 2g4f4|^h=3a\backslash\emptyset 2\backslash g4\backslash f4=3AF4G4$$

Ajuste de $3A$ ao acorde de Fá maior: $F_M=FAC$

$$H_5=|m_5|^h=|3g\emptyset 2f4e4|^h=3g\backslash\emptyset 2\backslash f4\backslash e4=3GE4F4$$

Ajuste de $3G$ ao acorde de Dó maior: $C_M=CEG$

$H_6=|m_6|^h=|3ff3e3d3|^h=3f\backslash f3\backslash e3\backslash d3=3FE3D3$

Ajuste de $3F$ ao acorde de Ré menor: $D_m=DFA$

Harmonia simples de: $M4\text{: } H4=C_M/C_m/C_M/A_m/C_M/D_m/C_M/C_m$

Operação H entre $M4$ e $H4\text{: } C4=M4\backslash H4$

$$C4=(ecec/3d\emptyset/ecec/3a\emptyset 2g4f4/3g\emptyset 2f4e4/3ff3e3d3/cece/3d)\backslash(C_M/C_m/C_M/A_m/C_M/D_m/C_M/C_m)=$$
$$(ecec\backslash C_M)/(3\bar{d}\emptyset\backslash C_m)/(ecec\backslash C_M)/(3a\emptyset 2g4f4\backslash A_m)/$$
$$(3g\emptyset 2f4e4\backslash C_M)/(3ff3e3d3\backslash D_m)/(cece\backslash C_M)/(3\bar{d}\backslash C_m)=$$
$$C4=ecec\backslash C_M\ \ 3\bar{d}\emptyset\backslash C_m\ \ ecec\backslash C_M\ \ 3a\emptyset 2g4f4\backslash A_m\ \ 3g\emptyset 2f4e4\backslash C_M$$
$$3ff3e3d3\backslash D_m\ \ cece\backslash C_M\ \ 3\bar{d}\backslash C_m$$
$$C4=\overset{C_M}{ecec}\ \ \overset{C_m}{3\bar{d}\emptyset}\ \ \overset{C_M}{ecec}\ \ \overset{F_M}{3a\emptyset 2g4f4}\ \ \overset{C_M}{3g\emptyset 2f4e4}\ \ \overset{D_m}{3ff3e3d3}\ \ \overset{C_M}{cece}\ \ \overset{C_m}{3\bar{d}}$$

A harmonia de acompanhamento $H4$ é uma harmonia simples. No exemplo acima, ajustaram-se as harmonias encontradas nos módulos harmônicos com os acordes dos modos maior e menor existentes mais adequados, levando em consideração a influência da nota tônica do acorde de Dó maior da melodia $M4$. Como demonstrado, em alguns compassos, notas musicais de curtas durações foram deixadas sem acordes musicais, sem prejuízo a harmonia $H4$ da melodia $M4$.

5.1 MELODIA DE ACOMPANHAMENTO MUSICAL

Essas harmonias de acompanhamentos musicais podem ser transformadas em melodia de acompanhamento. Para isso, basta aplicar o Módulo Melódico nessas harmonias $(m_n=|H_n|^m)$, que transforma uma harmonia em várias melodias através da Operação M entre as suas notas harmônicas $(m_n=|XYZ|^m=X/Y/Z=xyz;\ xzy;\ldots;\ zyx)$, que para uma tríade ou três notas musicais em harmonia $(T_x=XYZ)$, resultará em seis melodias distintas $(m_1; m_2; m_3; m_4; m_5; m_6)$.

Devido à permutação entre essas três notas musicais para formar os arranjos de notas em melodias $(P_n=n! \rightarrow P_3=3!=3x2=6)$ e para uma tétrade ou quatro notas musicais $(T_x=XYZW)$, resultará em vinte e quatro melodias distintas, devido a permutação de quatro ser igual a 24 arranjos melódicos $(P_n=n! \rightarrow P_4=4!=4x3x2=24)$. A partir disso, é só escolher uma dessas melodias para o acompanhamento musical do monômio melódico dessa harmonia, legendando-a a parte. Neste caso, o tempo de duração de cada nota é determinado pelo inverso do número de notas musicais por segundo $(t=\frac{1}{n}s)$, que para uma tríade ou três notas musicais (n=3), é um terço de segundo de duração $(n=3)$, conforme exemplo abaixo.

C_M $\underline{C}_m$ C_M F_M C_M D_m C_M $\underline{C}_m$

&4=ecec 3dØ ecec 3aØ2g4f4 3gØ2f4e4 3ff3e3d3 cece 3d

Acorde de Dó maior: $C_M=CEG$

$C_M=CEG \rightarrow P3=3!=6$ melodias $\rightarrow se\ n=3 \rightarrow t=\frac{1}{n}=\frac{1}{3}s$

$C'_M=|C_M|^m=|CEG|^m=\{C/E/G;\ C/G/E;\ E/C/G;\ E/G/C;\ G/C/E;\ G/E/C\}=$

$C'_M=\{c3e3g3;\ c3g3e3;\ e3c3g3;\ e3g3c3;\ g3c3e3;\ g3e3c3\}$

$C'_m=|C_m|^m=|C\bar{D}G|^m=\{C/\bar{D}/G;\ C/G/\bar{D};\ \bar{D}/C/G;\ \bar{D}/G/C;\ G/C/\bar{D};\ G/\bar{D}/C\}=$

$C'_m=\{c3\bar{d}3g3;\ c3g3\bar{d}3;\ \bar{d}3c3g3;\ \bar{d}3g3c3;\ g3c3\bar{d}3;\ g3\bar{d}3c3\}$

$F_M=|F_M|^m=|FAC|^m=\{F/A/C;\ F/C/A;\ A/F/C;\ A/C/F;\ C/F/A;\ C/A/F\}=$

$F_M=\{f3a3c3;\ f3c3a3;\ a3f3c3;\ a3c3f3;\ c3f3a3;\ c3a3f3\}$

$D'_m=|D_m|^m=|DFA|^m=\{D/F/A;\ D/A/F;\ F/D/A;\ F/A/D;\ A/D/F;\ A/F/D\}=$

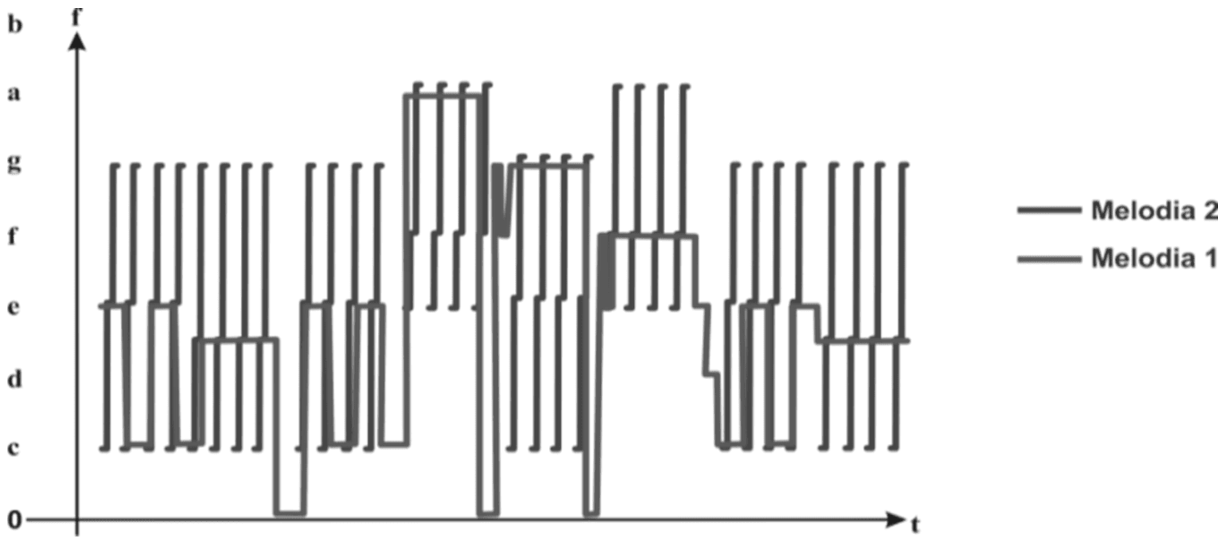
$D'_m=\{d3f3a3;\ d3a3f3;\ f3d3a3;\ f3a3d3;\ a3d3f3;\ a3f3d3\}$

$\quad\quad C'_M \quad C'_m \quad C'_M \quad F'_M \quad\quad C'_M \quad\quad D'_m \quad\quad C'_M \quad C'_m$

&4=ecec 3$\bar{d}$Ø ecec 3aØ2g4f4 3gØ2f4e4 3ff3e3d3 cece 3$\bar{d}$

Legenda: $C'_M=c3e3g3;\ C'_m=c3\bar{d}3g3;\ F'_M=d3f3a3;\ D'_m=d3f3a3$

Gráfico 4. Melodia &4 com uma melodia de acompanhamento.



Legenda: C_M=4(c3e3g3); C_m=4(c3d̄3g3); F_M=4(f3a3c3); D_m=4(d3f3a3) Fonte: autor.

6. MEDIDAS DOS MONÔMIOS MUSICAIS

Os monômios musicais de uma melodia ou de uma harmonia de um modo geral vão prover dois tipos de medidas musicais importantes à Música, uma chamada de

Período Musical, que mede o tempo de duração de um monômio melódico (T_m), harmônico (T_h) e composto de melódico com harmônico (T_c), dimensionado em segundos (s); e outra chamada de Textura Musical (X), que mede o aspecto das notas musicais na estrutura de um monômio melódico (X_m), harmônico (X_h) ou composto (X_c), dimensionado em notas musicais $(\&)$. A razão entre a Textura Melódica e o Período Melódico $(D_m=\frac{X_m}{T_m})$ determina a Dinâmica Melódica das notas musicais na estrutura de um monômio melódico.

6.1 PERÍODO E TEXTURA DE UM MONÔMIO MELÓDICO

Um monômio melódico $(m=xyz)$ apresenta as suas notas musicais distribuídas de forma contínua no espaço-tempo, formando um Período Melódico (T_m), determinado pela somatória dos tempos de duração de suas notas musicais $(T_m=t_x+t_y+t_z)$, dimensionado em segundos (s). Já a Textura Melódica $(X_m=q)$, é determinada pelo número (n) de notas musicais $(\&)$ no seu período melódico.

A razão entre a Textura melódica e o Período melódico $(D_m=\frac{X_m}{T_m})$ determina a Dinâmica melódica das notas musicais por segundo $(\&ps)$ na estrutura desse monômio, conforme exemplo relacionado abaixo.

1) Monômio melódico $m_1=ecec$

Período melódico: $T_{m1}=t_1+t_2+t_3+t_4=1+1+1+1=4s$

Textura melódica: $X_{m1}=4\& \rightarrow$ quatro notas musicais

Dinâmica melódica: $D_{m1}=\frac{X_{m1}}{T_{m1}}=\frac{4}{4}=1\&ps \rightarrow$ melodia lenta

2) Monômio melódico m_2=c8d8e8f8g8f8e8d8c8d8e8f8g8f8e8d8

Período melódico: $T_{m2}=t_1+t_2+...+t_{16}=16(\frac{1}{8})=\frac{16}{8}=2s$

Textura melódica: $X_{m2}=16\& \rightarrow$ dezesseis notas musicais

Dinâmica melódica: $D_{m2}=\frac{X_m}{T_m}=\frac{16}{2}=8\&ps \rightarrow$ melodia rapidíssima

6.2 PERÍODO E TEXTURA DE UM MONÔMIO HARMÔNICO

Um monômio harmônico $(h=XYZ)$ apresenta as suas notas musicais interligadas ao mesmo tempo e normalmente elas são rítmicas ou com o mesmo tempo de duração. Logo, o seu Período Harmônico (T_h) é igual ao tempo de duração de qualquer nota musical de sua estrutura $(T_h=t_x=t_y=t_z=t)$, dimensionado em segundos (s).

Entretanto, pode acontecer de um monômio harmônico ser arrítmico ou apresentar as suas notas musicais com durações diferentes. Neste caso, vão ocorrer várias harmonias diferentes, com períodos harmônicos diferentes e a melodia entre eles resulta no período harmônico total desse monômio $(T_h=T_{h1}+T_{h2}+...+T_{hn})$. Ademais, a Textura Harmônica $(X_h=n)$, é determinada pelo número de notas musicais $(\&)$ em harmonia no período harmônico, conforme exemplo abaixo.

1) Monômio harmônico rítmico $h_1=3(CEG)$

Período harmônico: $T_{h1}=t_1=t_2=t_3=3s$

Textura harmônica: $X_{h1}=3\&$

2) Monômio harmônico arrítmico h_2=3C2EG

Período harmônico: h_2=3C2EG=CEG/CE/c: $T_{h2}=1+1=2s$

Textura harmônica arrítmica: $X_{h2}=3\&/2\&$

6.3 PERÍODO E TEXTURA DE UM POLINÔMIO MELÓDICO

Um polinômio melódico rítmico é aquele onde os seus monômios apresentam períodos iguais. Dessa forma, o produto entre o número (n)de compassos pelo seu período (T_m), determina o Tempo de duração desse polinômio $(T=nT_m)$, dimensionado em segundos ou minutos.

Mesmo que esse polinômio seja composto com melodias e harmonias, o cálculo do seu tempo de duração seria o mesmo, enquanto a sua Textura melódica total $(X_m=n\&)$continua sendo o número de notas musicais nesse Tempo de duração.

A razão entre essa Textura melódica total pelo Tempo de duração total forma a Dinâmica melódica $(D_m=\frac{X_m}{T})$das notas musicais nesse polinômio, sendo dimensionada em notas musicais por segundo $(\&ps)$.

Quando o polinômio melódico for composto de uma harmonia, a sua Textura Harmônica total (X_h) é determinada pela média aritmética das texturas harmônicas de todos os seus monômios harmônicos de seus compassos $(X_h=\frac{X_{h1}+X_{h2}+...+X_{hn}}{n})$, conforme exemplo relacionado abaixo.

C4: ecec\\$C_M$ 3$\bar{d}$Ø\\$C_m$ ecec\\$C_M$ 3aØ2g4f4\\$F_M$ 3gØ2f4e4\\$C_M$
3ff3e3d3\\$D_m$ cece\\$C_M$ 3$\bar{d}$Ø\\$C_m$ 2c\\$C_M$

Tempo de duração do polinômio $C4: T=nT_m$

Período melódico de $m_1=ecec: T_{m1}=t_1+t_2+t_3+t_4=1+1+1+1=4s$

Números de compassos: $n=9$

Tempo de duração total: $T=9x4=36s$

Textura melódica total: $X_m=X_{m1}+X_{m2}+...+X_9$

$X_{m1}=X_{m3}=4\&;\ X_{m2}=X_{m8}=1\&;\ X_{m4}=3\&;\ X_{m5}=3\&;\ X_{m6}=4\&$

$X_{m7}=4\&;\ X_{m9}=1\&$

$X_m=4+1+4+3+3+4+4+1+1=25\&$

Dinâmica melódica: $D=\frac{X_m}{T}=\frac{25}{36}=0,69\&ps$ (Melodia com dinâmica lenta)

Todas as texturas harmônicas são iguais a: $X_h=3\&$

Textura harmônica total: $X_h=\frac{X_{h1}+X_{h2}+...+X_{h9}}{n}=\frac{3x9}{9}=3\&$ (Textura simples)

7. PLÁGIOS ENTRE POLINÔMIOS MELÓDICOS

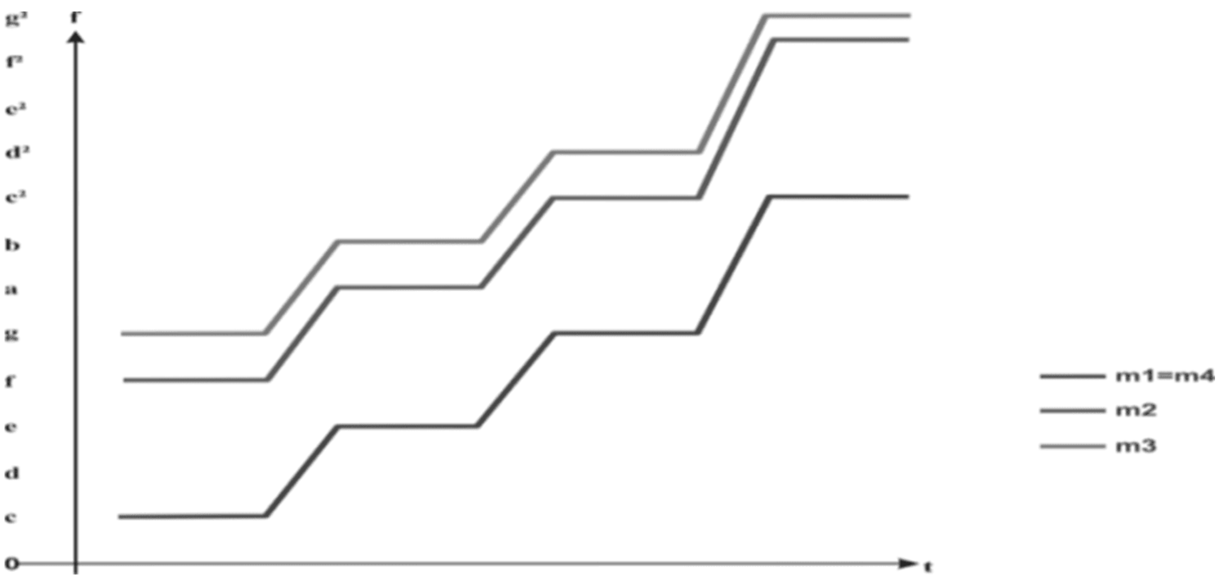
Normalmente, os plágios são igualdades que ocorrem entre os monômios melódicos de polinômios melódicos $(P_m=m_1\ m_2...m_n)$ e, como esses monômios são formados por notas musicais $(m=xy...z)$ distribuídas de forma contínua que plotados em um gráfico no sistema de coordenadas cartesiano, mostram as suas linhas melódicas, que podem ser comparadas entre si, mostrando as suas igualdades ou diferenças, são considerados plágios aqueles que apresentarem suas linhas melódicas iguais, ou seja, que coincidem no gráfico, colocando-as uma sobre a outra, ou ainda transportando as notas musicais dos monômios considerados plágios para a

MULTIDISCIPLINARY SCIENTIFIC JOURNAL NÚCLEO DO CONHECIMENTO
REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR NÚCLEO DO CONHECIMENTO ISSN: 2448-0959
https://www.nucleodoconhecimento.com.br

tonalidade das nota dos monômios originais. Abaixo há um exemplo de monômios plágios.

Monômios melódicos iguais: m_1=2c2e2g2c²; m_2=2f2a2c2f²; m_3=2g2b2d2g² e m_4=2c2e2g2c².

Gráfico 5. Monômios melódicos $m_1=m_2=m_3=m_4$.



Legenda: c=m_1=m_4; f=m_2; g=m_3 Fonte: autor.

7.1 PERCENTUAL DE PLÁGIO

Quando parte contínua de um polinômio melódico for plágio de outro, ou seja, possui um percentual de plágio ou de igualdade em relação ao polinômio original, as semelhanças identificadas podem ser calculadas pela fórmula $P_{\&}=100\frac{n}{n_t}$, onde "n" é o número de monômios melódicos ou compassos com plágios, e "n_t" é o número total de monômios ou compassos do polinômio original, sem as repetições melódicas. Por exemplo, dado uma melodia com cinquenta compassos e, dentre eles dez compassos consecutivos foram plagiados em outra melodia, logo:

$$P_{\&}=100\frac{n}{n_t}=100\frac{10}{50}=\frac{1000}{50}=20\ \%$$

RC: 123645
Disponível em: https://www.nucleodoconhecimento.com.br/matematica/matematica-da-musica

8. ESTRUTURA DE UM RITMO

O Ritmo é um fenômeno que ocorre no Tempo de duração de qualquer sistema, sendo dividido em partes iguais para manter-se em equilíbrio. Assim acontece no ritmo de uma melodia, onde o seu tempo de duração (T) é dividido em partes de períodos iguais, chamados de compassos, que ficam interligados continuamente em função da Operação $M(T=T_m/T_m/.../T_m=nT_m)$, assim como, cada compasso também é dividido em partes iguais de períodos menores, chamados de unidades de tempo (t), que também ficam interligados continuamente em função da Operação $M\ (T_m=t/t/.../t=qt)$.

Sabe-se que o tempo de duração de um período qualquer (t), apresenta uma duração inicial (t_i) e final (t_f), logo, $t=t_i/t_f$. Ademais, essa duração inicial (t_i) é constituída por um batimento (b) sonoro ou não sonoro, originado por um impulso $(b=Ft_i)$, dado por uma força F em um tempo duração instantâneo, ficando o restante de sua duração em silêncio $(t_\varnothing)$, portanto, o período de um compasso qualquer é formado pelo seu batimento inicial (b) em melodia com o seu tempo de silêncio $(t=t_i/t_f=b/t_\varnothing=bt_\varnothing)$.

Em um compasso simples, além do batimento de seu período com o seu tempo de silêncio $(T_m=bT_\varnothing)$, ainda existe, em seu interior, em função da Operação H, os batimentos das unidades de tempo, com os seus tempos de silêncio $(T_m=bT_\varnothing\backslash bt_\varnothing bt_\varnothing)$, cujo resultado origina o primeiro batimento duas vezes mais forte que os outros $(T_m=(b\backslash bt_\varnothing)/(T_\varnothing\backslash bt_\varnothing)=2bt_\varnothing bt_\varnothing)$, e o efeito sonoro é chamado de Cadência Rítmica do Compasso $(C_r=2bt_\varnothing bt_\varnothing)$, que possui velocidade de batimento chamado de Andamento Rítmico do Compasso, sendo inversamente proporcional ao período dessa unidade de tempo $(A=\frac{1}{t})$, dimensionado em batimentos por segundo (bps) ou batimentos por minuto (bpm).

Nesse contexto, quanto menor for o tempo de duração dessa unidade de tempo, maior será o andamento rítmico desses batimentos, o que proporciona dois movimentos rítmicos em um corpo físico na sua área de atuação, sendo um deles chamado de Regência Rítmica $(R_r \rightarrow A)$, onde um corpo sem sair de sua posição de repouso, acompanha o movimento do Andamento Rítmico desses batimentos, e outro chamado de Dança Rítmica $(D_r \rightarrow A)$, onde um corpo se desloca de sua posição de repouso para outras posições distintas, em função do andamento rítmico desses batimentos.

8.1 LEI DA ACENTUAÇÃO TÔNICA DOS COMPASSOS

A propriedade do primeiro batimento da unidade de tempo de um compasso ser mais forte que os outros batimentos nesse mesmo compasso $(T_m=2bt_\emptyset bt_\emptyset bt_\emptyset ...)$ originou a Lei da Acentuação Tônica dos compassos que marca, de forma incisiva, qualquer nota musical que ocupar essa primeira posição nos compassos de um ritmo. Acentuando, também, qualquer sílaba de qualquer palavra que ocupar essa posição, modificando ou não a sua acentuação tônica ortográfica, seja ela qual for à língua falada do mundo. No caso de uma pausa colocada nesta posição e uma nota musical na posição seguinte, ocorre um efeito musical chamado de Contratempo.

8.2 ESTRUTURA DE UM COMPASSO COMPOSTO

Um compasso é chamado de composto quando ocorre mais de uma cadência rítmica distinta em seu período (T_m), formada por outras unidades de tempo distintas $(t_1, t_2,..., t_n)$. Neste caso, o compasso Composto pode ser Melódico ou Harmônico.

No Compasso Composto Melódico, as cadências rítmicas das unidades de tempo ficam em função da Operação $M(C_m=C_{m1}/C_{m2}/...=C_{m1}C_{m2}...)$, resultando em uma Cadência Rítmica Melódica $(C_m=2bt_{\emptyset 1}bt_{\emptyset 1}...2bt_{\emptyset 2}bt_{\emptyset 2}...)$. Entre elas origina-se um Andamento rítmico melódico $(A_m=A_1/A_2=A_1A_2)$, uma Regência rítmica melódica $(R_r=A_m)$ e uma Dança rítmica melódica $(D_r=A_m)$.

No Compasso Composto Harmônico, as cadências rítmicas das unidades de tempo distintas e ficam em função da Operação $H(C_h=C_{m1}\backslash C_{m2}=C_{m1}\backslash C_{m2})$, resultando em uma Cadência Rítmica Harmônica entre elas $(C_h=bt_{\emptyset 1}bt_{\emptyset 1}...\backslash bt_{\emptyset 2}bt_{\emptyset 2}...)$.

Na condição de $t_1=bt_{\emptyset 2}bt_{\emptyset 2}...$, a Cadência Rítmica resultante é determinada pela unidade de tempo de menor duração $(C_h=3bt_{\emptyset 2}bt_{\emptyset 2}...3bt_{\emptyset 2}bt_{\emptyset 2}...)$, neste caso, o Andamento rítmico harmônico resultante é dado pelo período da menor unidade de tempo $(A_h=A_1\backslash A_2=A_2)$, com a sua Regência harmônica rítmica (R_h) normalmente em função do andamento rítmico da maior unidade de tempo $(R_h=A_1)$e a sua Dança harmônica rítmica (D_h) em função do maior e do menor andamento rítmico $(A_1 \leftrightarrow D_h \leftrightarrow A_2)$.

8.3 RITMO HARMÔNICO

A Cadência Rítmica de um compasso normalmente é melódica $(C_m=2bt_{\emptyset}bt_{\emptyset}...)$, devido as suas unidades de tempo estarem em função da Operação $M(T_m=t/t/t/...)$. Entretanto, essa cadência pode ser harmônica (C_h) com os períodos de suas unidades de tempo em função da Operação $H(T_h=t\backslash t\backslash t\backslash ...=t)$, resultando em uma única unidade de tempo, com a sua cadência rítmica melódica $(C_h=nbt_{\emptyset})$. Por exemplo, quando um grupo de pessoas ficam em silêncio por um determinado período de tempo ou quando vários relógios estão em sincronismo.

9. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente artigo teve como desenvolver uma linguagem algébrica para estruturar matematicamente à Música, utilizando somente letras, números e símbolos para escrever os sons das notas musicais de um modo alfanumérico, representando as suas principais características sonoras, como: frequência (f), amplitude (a) e tempo de duração (t), numa expressão única $x=aft$ para identificar uma onda sonora.

Ao final, constata-se que a Matemática da Música só foi possível com o desenvolvimento da Operação H e a sua inversa Operação M, provendo os agrupamentos de ondas sonoras de notas musicais, respectivamente nas formações das harmonias de acompanhamentos instrumentais e das melodias que surgem a todo momento na inspiração de um compositor, tornando o estudo musicais mais simples, com uma linguagem sonora mais compreensível e adaptada a tecnologia atual dos estudos científicos da Ciência da Música. Por fim, com a demonstração da Estrutura Matemática da Música, pode-se afirmar que uma composição musical é uma estrutura matemática sonora.

REFERÊNCIA

ALMADA, Carlos. **Harmonia Funcional**. Editora Unicamp, 2ª Edição, 2012.

GUEST, Ian. **Harmonia – Método Prático**. Editora Luminar. Vol. 1, p. 33 a 41, 2020.

HELERBROCK, Rafael. Intensidade do som. **Mundo da educação**, s.d. Disponível em: https://mundoeducacao.uol.com.br/fisica/velocidade-intensidade-som.htm. Acesso em: 22 de julho de 2022.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. Progressão geométrica. **Brasil Escola**, s.d. Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/progressao-geometrica.htm. Acesso em? 22 de julho de 2022.

VIANA, Arnóbio Araújo. A operação harmonização (H) e sua inversa operação melodiação (M). **Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento**. Ano. 07, Ed. 03, Vol. 03, pp. 144-171. Março de 2022. ISSN: 2448-0959, Link de acesso: https://www.nucleodoconhecimento.com.br/matematica/operacao-harmonizacao, DOI: 10.32749/nucleodoconhecimento.com.br/matematica/operacao-melodiacao. Acesso em: 22 de julho de 2022.

Enviado: Julho, 2022.

Aprovado: Agosto, 2022.

[1] Graduado em Engenharia Elétrica, op. Eletrônica pela Universidade Federal do Pará-UFPA. ORCID: 0000-0001-7010-9114.