

## ARTIGO ORIGINAL

SOUZA, Nathan Rodrigues Serpa <sup>[1]</sup>

SOUZA, Nathan Rodrigues Serpa. Nova Formulação Matemática Do Processo De Difusão Molecular E Eletrodifusão Nas Membranas Celulares. Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Ano 06, Ed. 04, Vol. 15, pp. 34-63. Abril de 2021. ISSN: 2448-0959, Link de acesso: <https://www.nucleodoconhecimento.com.br/fisica/molecular-e-eletrodifusao>, DOI: 10.32749/nucleodoconhecimento.com.br/fisica/molecular-e-eletrodifusao

## Contents

- RESUMO
- 1. INTRODUÇÃO
- 2. DESENVOLVIMENTO
- 2.1 MATERIAS E MÉTODOS
- 2.2 DESENVOLVIMENTO BIOLÓGICO
- 2.3 DESENVOLVIMENTO QUÍMICO
- 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES
- 3.1 DESENVOLVIMENTO DA EQUAÇÃO DE NATHAN
- 3.2 AVALIAÇÃO MATEMÁTICA E FÍSICA DA EQUAÇÃO DE NATHAN
- 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS
- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

## RESUMO

A difusão molecular é um fenômeno físico-químico observável no dia a dia, como simples gases de um perfume se expandindo por uma sala fechada, bem como em âmbito microscópico, a absorção de íons por vegetais e animais pelas células, via canais iônicos abertos da membrana plasmática. Este artigo de cunho físico, propõe a formulação de uma nova equação denominada pelo autor de “Equação de Nathan”, como extensão da conhecida 1º Lei de Fick, que visa descrever o fenômeno natural de difusão, em função da variável Força Resultante do Sistema, o que permitirá uma análise geral das forças atuantes que

venham a influenciar esse fenômeno, bem como, também, estender tal formulação para descrever o transporte de íons via membrana celular, formulação esta nomeada de “Equação de Nathan Para a Eletrodifusão Nas Membranas Celulares”. Por meio de método exploratório, pesquisa bibliográfica e ferramentas matemáticas foram possíveis realizar tais formulações, bem como interpretá-las. A partir da análise dimensional e dos postulados propostos pela 1ª Lei de Fick e Lei de Graham para difusão, em forma de gráficos baseados em dados experimentais e hipotéticos para comparar as similaridades das curvas dos gráficos, foi possível confirmar a validação matemática e física para tal equação, demonstrando-se conservar as unidades e concordar positivamente com os postulados apresentados por aquelas outras leis já estabelecidas no meio físico-químico.

Palavras-Chaves: Difusão, Membrana Celular, Lei de Fick, Equação de Nathan, Eletrodifusão.

### 1. INTRODUÇÃO

A difusão molecular é um fenômeno físico-químico observável no dia a dia, como simples gases de um perfume se expandindo por uma sala fechada, bem como em âmbito microscópico, a absorção de íons por vegetais e animais pelas células, via canais iônicos da membrana plasmática. Tal processo de transporte consiste na movimentação espontânea e irreversível de moléculas localizadas em regiões de alta concentração (Hipertônicas) para outras com menores concentrações (Hipotônicas), a força motriz para tal são os potenciais químicos ou térmicos da solução, e no caso das membranas celulares forças eletrostáticas em conjunto (DA SILVA, 2013).

Segundo Alberts (2009), a membrana apresenta tecido de caráter anfifílico, formada por fosfolipídeos com uma extremidade polar (Radical Fosfato) e outra apolar (Cauda de Ácidos Graxos). Algumas moléculas polares ou carregadas como os íons apresentam dificuldade em atravessar por difusão simples a bicamada lipídica, deslocamento este feito por intermédio de proteínas carreadoras ou proteínas formadoras de canais, como os canais iônicos. Além também de apresentar uma polaridade entre os meios extracelular com acúmulo de cargas positivas e o meio intracelular com acúmulo de cargas negativas, comportando-se como um Campo Elétrico Uniforme (MOREIRA, 2014).

O presente artigo de cunho exploratório, com método de análise teórico-matemático, visa estabelecer nova formulação matemática para descrição do processo de difusão molecular e transporte de íons via canais iônicos das membranas celulares, que leve em consideração a Força Resultante do sistema ( $F_R$ ), o que permitirá uma análise geral das ações atuantes nas partículas. As proposições expostas tiveram como fundamento teórico a reunião de acervo bibliográfico diversificado, nos campos das ciências biológicas, químicas e físicas, bem como a análise de suas proposições a partir de compreensão física e matemática dos resultados, sob o espectro de outras leis que descrevem determinado aspecto do mesmo fenômeno em estudo, como: a Lei de Fick e Lei de Graham.

## 2. DESENVOLVIMENTO

### 2.1 MATERIAS E MÉTODOS

O presente artigo de viés exploratório, visa estabelecer formulações matemáticas para descrever o processo de difusão molecular e o fluxo de íons via canais iônicos abertos de membranas celulares, em função não apenas de gradiente de concentração ou potencial elétrico da membrana, mas levar em consideração as forças constantes atuantes no geral, formulações matemáticas estas denominada pelo autor de: Equação De Nathan e Equação de Nathan Para a Eletrodifusão Nas Membranas Celulares.

Para a construção matemática, foi de suma relevância o acervo de material bibliográfico de diversas ciências, como: Biologia Celular, Química e Física. Além da revisão de material, após a construção matemática, foi realizado a análise dimensional da equação para constatar a conservação de unidades e sua validade, bem como sua resposta positiva ou negativa acerca dos postulados das Leis de Fick e Graham para a descrição do processo de difusão, a partir de gráficos baseados em dados experimentais e hipotéticos, de modo a comparar os gráficos criados a partir das relações matemáticas. Os conhecimentos utilizados serão expostos a seguir:

## 2.2 DESENVOLVIMENTO BIOLÓGICO

As células, são organizadas em três partes: a membrana plasmática, o citoplasma e o núcleo. Um dos focos do presente trabalho acadêmico reside no entendimento do compartimento primário, a membrana celular, com aproximadamente 8 nanômetros (nm) ou  $8 \times 10^{-9}$  metros (m), observável a luz de microscópio eletrônico. A membrana não é totalmente permeável, consistindo em sua principal função, sendo uma barreira seletiva que permite separação, bem como a troca de substâncias entre os meios extra e intracelulares (JUNQUEIRA e CARNEIRO, 2012).

Contudo, sua permeabilidade seletiva, é devido a composição químico-estrutural das membranas celulares, sendo compostas por uma bicamada de fosfolipídeos, proteínas e hidratos de carbono. Os fosfolipídeos são tecidos anfifílicos, ou seja, contendo parte polar e apolar, a cabeça hidrofílica (Radical Fosfato) é voltada para a parte externa da célula formando interação eletrostática com as moléculas polares da água. Sua região hidrofóbica consiste em suas longas cadeias apolares de ácidos graxos que podem facilmente interagirem com outras substâncias lipossolúveis, dessa feita, é mais vantajoso estar com sua cauda voltada para a região intracelular. Desse modo, nem todas as substâncias são capazes de atravessarem a membrana celular e adentrarem na célula por difusão simples, no entanto, tal transporte por difusão é facilitado por proteínas carreadoras ou formadoras de canais iônicos quando estes estão abertos (ALBERTS, 2009).

## 2.3 DESENVOLVIMENTO QUÍMICO

Segundo Taiz e Zeiger (2006), a difusão é um fenômeno de transporte de matéria, no qual há um fluxo de partículas das regiões de maiores concentrações para as regiões com menores concentrações, com o objetivo de promover o estado de equilíbrio ou também chamado de homeostase. A descrição matemática de tal processo é expressa pela Primeira Lei de Fick, proposta pelo médico e fisiologista Adolf Eugen Fick (1829 – 1901), uma equação diferencial na qual a Densidade de Fluxo (J) é diretamente proporcional ao Gradiente de Concentração (

$$\frac{dC}{dx}$$

), e ao Coeficiente de Difusão (D) que depende do elemento químico em estudo, como expresso a seguir (ver equação 2.1):

$$J = - D \cdot \frac{dC}{dx} \quad (2.1)$$

Este fluxo homogeneizador é uma consequência estatística ao movimento aleatório das partículas, conhecido como Movimento Browniano, espontaneamente as moléculas se deslocam das regiões hipertônicas (Maiores Concentrações), para as regiões hipotônicas (Menores Concentrações). O sinal negativo na Lei de Fick indica que o fluxo se dá no sentido oposto ao gradiente de concentração, sendo uma lei linear, por maior que a diferença de concentração entre dois pontos seja, o fluxo permanece proporcional ao gradiente.

Outros detalhes importantes acerca da Lei de Fick, são os seguintes: Relação diretamente proporcional a Área de Difusão (A) e inversamente proporcional entre o tamanho das partículas e a velocidade de difusão, ou sua Massa Molecular (M). Ou seja, quanto maior a área, maior será a taxa de transporte; bem como também, quanto menor for a Massa Molecular da partícula, maior será sua taxa de transporte e mais rápido será sua velocidade de difusão.

$$J \propto A$$

$$J \propto \frac{1}{M}$$

Segundo Brady e Huminston (1995), a Lei de Graham (ver equação 2.2), formulada pelo químico Thomas Graham (1805 – 1869) após seus estudos acerca da difusão e efusão de fluidos, estabelece que a Velocidade (u) de efusão e difusão de dois gases ( $\delta_1$ ) e ( $\delta_2$ ), nas

mesmas condições de temperatura e pressão, é inversamente proporcional a raiz quadrada de suas Densidades (d) ou Massa Moleculares (MM), Como expresso a seguir:

$$u \propto \frac{1}{\sqrt{d(\delta)}} \text{ ou } u \propto \frac{1}{\sqrt{MM(\delta)}}$$

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{\sqrt{d(\delta_2)}}{\sqrt{d(\delta_1)}} \text{ ou } \frac{u_1}{u_2} = \frac{\sqrt{MM(\delta_2)}}{\sqrt{MM(\delta_1)}} \quad (2.2)$$

## 2.4 DESENVOLVIMENTO FÍSICO

Um dos conceitos fundamentais para o presente artigo, é o conhecido “Princípio Fundamental da Dinâmica” ou “2º Lei de Newton”, que enuncia: A força resultante que atua sob um corpo, é o produto de sua massa pela aceleração ( $F_R = m \cdot a$ ). Halliday (2016) afirma que deve primeiramente escolher o corpo que se deseja estudar, e aplicar a força resultante como sendo o somatório de todas as forças que atuam no corpo em questão.

De acordo com Tipler (2009), Trabalho (W) é a energia transferida para um objeto através de uma força que age sobre o próprio objeto. Para calcular o trabalho que uma força realiza sobre um objeto quando este sofre um deslocamento, usamos apenas a componente força paralela ao deslocamento do objeto, a componente força perpendicular ao deslocamento não realiza trabalho. O Trabalho (W) de uma força constante, em função de forças paralelas ( $\theta = 0^\circ, 180^\circ$ ), pode ser descrito através desta equação:

$$W = F \cdot d \cdot \cos\theta$$

Como [  $\cos(0^\circ, 180^\circ) = 1$  ]; pode-se rescrever a equação do trabalho em forma de Integral ou em função da Variação de uma Distância  $\Delta X$  (ver equação 2.3), temos:

$$W = \int_{x_1}^{x_2} F \cdot dx \text{ / } W = F \cdot \Delta X \quad (2.3)$$

Segundo Halliday (2016), energia é um conceito de difícil definição. No entanto, intuitivamente compreendemos o que seja energia, a partir de analisarmos os efeitos nas diferentes formas da mesma, como: Energia Cinética e Energias Potenciais. Conceitualmente para Tipler (2009), Energia Cinética é associada a quaisquer corpos que apresentem massa e estejam em movimento. Seja ( $m$ ) a massa de um ponto material e ( $u$ ) sua velocidade escalar, em relação a um determinado referencial. A energia cinética do ponto material é dada por (ver equação 2.4):

$$K = \frac{m \cdot u^2}{2} \quad (2.4)$$

Para Movimento Uniformemente Variado, o trabalho da força resultante pelo corpo mede a variação de energia cinética do próprio corpo. A partir do Teorema Trabalho-Energia ( $W = \Delta K$ ) podemos obter a expressão que iguala o Trabalho de uma Força Constante ( $W$ ), com a Variação da Energia Cinética ( $\Delta K$ ), como demonstrado pelas equações (2.5) e (2.6):

$$W = \Delta K = K_F - K_I \quad (2.5)$$

$$\int_{x_1}^{x_2} F \cdot dx = \frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2 - \frac{1}{2} \cdot m \cdot u_0^2 \quad (2.6)$$

O Movimento Uniformemente Variado, segundo Marques (2016), é aquele no qual uma partícula sofre mudança de velocidade ( $u_0$ ) para outra ( $u$ ) devido uma força constante que promove uma aceleração ( $a$ ) também constante, produzindo também um deslocamento ( $\Delta X$ ). Esse tipo de movimento, pode ser equacionado sem levar em consideração o tempo, a chamada “Equação de Torricelli” (2.7):

$$u^2 = u_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta X \quad (2.7)$$

Segundo Pimentel (2004), a força motriz dos processos difusivos em meio líquido celular, é o

chamado Potencial Químico de uma solução qualquer, que se configura como a capacidade que tal solução tem de realizar trabalho sob as partículas dissolvidas, em relação ao gradiente de concentração, uma formulação para o Potencial Químico Máximo da água seria (2.8):

$$W_Q = R \cdot T \cdot \ln \left( \frac{[YA]}{[YB]} \right) / W_Q = \Delta\mu = R \cdot T \cdot \ln \alpha \quad (2.8)$$

$W_Q$  - Potencial Químico da Solução (J)

R - Constante Geral dos Gases ( $R = 8,31 \text{ J Mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ )

T - Temperatura Absoluta (K)

$[Y_A]$  - Concentração da Substância Y no Ponto A (Mol)

$[Y_B]$  - Concentração da Substância Y no Ponto B (Mol)

$$\frac{[YA]}{[YB]}$$

$\ln \alpha - \ln$

$\alpha$  - Atividade Química

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

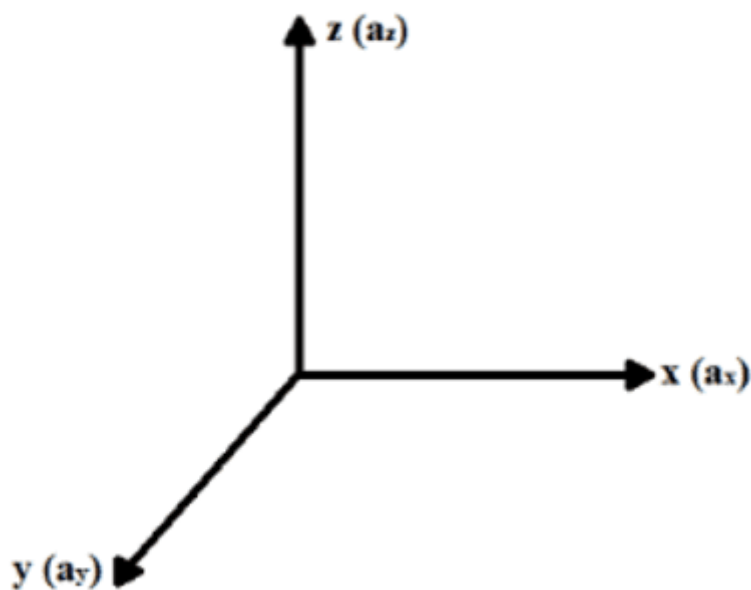
#### 3.1 DESENVOLVIMENTO DA EQUAÇÃO DE NATHAN

Na tentativa de descrever matematicamente o processo de difusão e transporte de íons via canais iônicos na membrana plasmática, em função do Gradiente de Concentração e Campo Elétrico gerado nas extremidades extracelular e intracelular da membrana, vamos considerar



um sistema de coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ , no qual cada eixo representa sua respectiva aceleração gerada por forças atuantes no sistema isolado em estudo ( $a_x$ ,  $a_y$  e  $a_z$ ), como exposto na figura 1.

Figura 1: Sistema de Coordenadas ( $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ).



Fonte: O Autor.

Segundo Halliday (2016), a força resultante que atua sobre uma partícula como íons, que estejam atravessando a membrana via canais iônicos, pode ser decomposta em suas componentes em cada eixo  $x$ ,  $y$  e  $z$ , sendo associada diretamente as acelerações nos respectivos eixos. Através do Princípio Fundamental da Dinâmica ou Segunda Lei de Newton, e o Princípio de Superposição de Forças, pode-se obter análise física para as forças resultantes em cada eixo que exercem influência sobre o íon (ver equação 3.1):

$$F_R = m \cdot a$$

$$F_R = \sum F_{R(X, Y, Z)}$$

$$F_R = F_{R(X)} + F_{R(Y)} + F_{R(Z)} \quad (3.1)$$

$F_R$  – Força Resultante Total (N – Kg m s<sup>-2</sup>)

$F_{R(X)}$  – Força Resultante no Eixo X (N – Kg m s<sup>-2</sup>)

$F_{R(Y)}$  – Força Resultante no Eixo Y (N – Kg m s<sup>-2</sup>)

$F_{R(Z)}$  – Força Resultante no Eixo Z (N – Kg m s<sup>-2</sup>)

As massas dos íons se conservam, logo os fatores diretamente proporcionais as forças em cada direção, são suas acelerações nas respectivas direções:

$$F_{R(X)} = m \cdot a_x / F_{R(Y)} = m \cdot a_y / F_{R(Z)} = m \cdot a_z$$

Realizando comparativo entre as constantes eletrostática e gravitacional ( $k = 9 \times 10^9$

$$\frac{N m^2}{C} \quad \frac{N m^2}{Kg}$$

e  $G = 6,67 \times 10^{-11}$ ), segundo Halliday <sup>3</sup> (2016) tais valores demonstram que a força gravitacional é bem mais fraca que a força elétrica. Logo, em um sistema isolado de partículas no qual considerará como atuante apenas as forças gravitacionais e elétricas, pode-se desprezar a força gravitacional, já que a força elétrica é cerca de  $1,5 \times 10^{20}$  vezes maior que a força peso. Como a aceleração da gravidade na partícula será desconsiderada, a força na componente Z também será nula visto que a aceleração  $a_z$  será desconsiderada, reformularemos a equação para o determinado estudo:

$$F_R = m \cdot a_x + m \cdot a_y + m \cdot a_z$$

$$F_R = m \cdot a_x + m \cdot a_y + m \cdot 0$$

$$F_R = m \cdot a_x + m \cdot a_y$$

Considerando como forças majoritariamente atuantes, as que exercem influência no eixo X, desprezando os choques mecânicos e quaisquer outras forças na componente y, visto que o conjunto dos solutos se deslocam no sentido de homogeneizar, das regiões hipertônicas para hipotônicas, chegaremos a tal simplificação da Força Resultante:

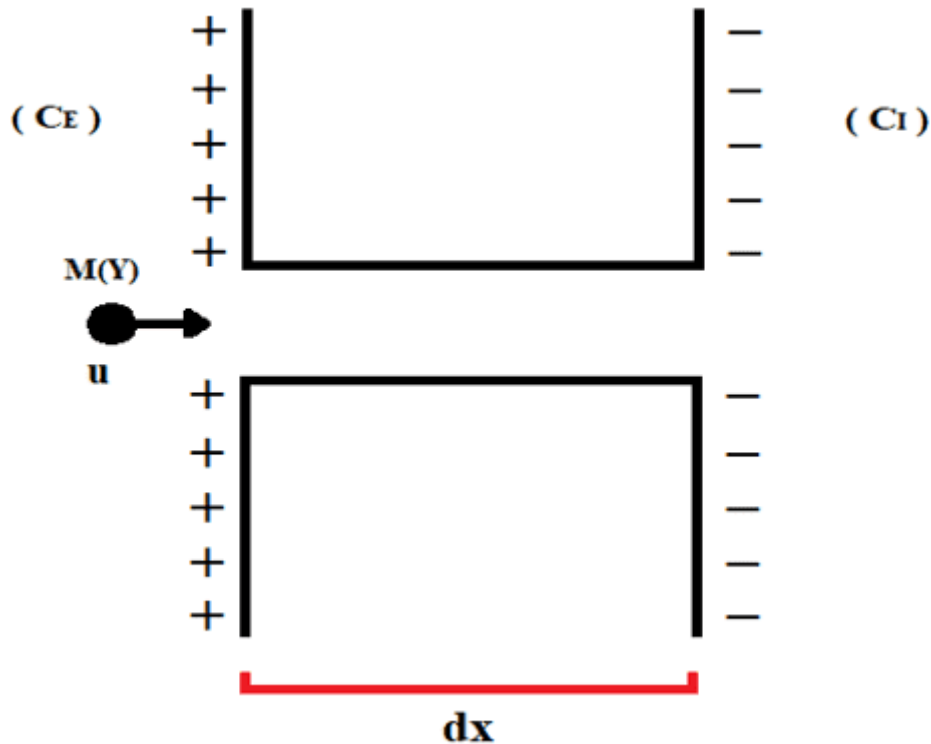
$$F_R = m \cdot a_x + m \cdot 0$$

$$F_R = m \cdot a_x$$

Outro ponto a salientar é que o sistema em estudo será considerado estacionário ou em regime permanente, no qual suas propriedades são inalteráveis em relação ao tempo. Isso implica que qualquer propriedade P do sistema, a derivada parcial em relação ao tempo é zero ( $\frac{dP}{dt} = 0$ ), considerando um sistema no qual a variável tempo não seja parâmetro no estudo do sistema da membrana em questão.

As membranas celulares apresentam certa disposição, como analogamente ao Campo Elétrico Uniforme, de modo que há a concentração de cargas positivas majoritariamente do lado extracelular, e um acúmulo de cargas negativas do lado intracelular. Há também uma diferença de concentração entre os extremos exteriores e interiores das células ( $C_E$  e  $C_I$ ), no qual o sistema exerce força motriz para promover a translocação de partículas via canais iônicos das membranas celulares, como é representado pela Figura 2.

Figura 2: Representação do deslocamento de íons via canal iônico.



Fonte: O Autor.

A distância percorrida pela molécula representada, equivale ao elemento de deslocamento ( $dx$ ), sendo este também a espessura da membrana celular já mencionada. A Primeira Lei de Fick pode ser descrita em função do gradiente de concentração total ( $\nabla C$ ) e a Constante de Difusão ( $D$ ), como expresso a seguir (ver equação 3.2):

$$J = - D \cdot \nabla C \quad (3.2)$$

$$J = - D \cdot \left[ \frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial C}{\partial y} + \frac{\partial C}{\partial z} \right]$$

No entanto, iremos considerar apenas o elemento de comprimento ( $\Delta x$ ) já mencionado, de modo a avaliar a movimentação unidimensional dos solutos das regiões de altas concentrações, para menores concentrações. Logo, os Gradientes de Concentração ( $\frac{\partial C}{\partial y}$  e  $\frac{\partial C}{\partial z}$ ) serão retirados da equação, dessa feita, retornamos à equação 2.1:

$$J = - D. \frac{\partial C}{\partial x} \quad (2.1)$$

Isolando o elemento ( $\Delta x$ ) da Primeira Lei de Fick, obtemos:

$$\Delta x = - D. \frac{\partial C}{J}$$

As partículas de soluto se movem ao longo de um deslocamento ( $\Delta x$ ) devido a força proveniente do Potencial Químico do sistema ( $W_Q$ ), pois de acordo com a 2ª Lei da Termodinâmica descrita por Tipler (2009), o fluxo de matéria ou energia parte das regiões com maiores valores de matéria ou energia para os menores. Se partículas estão sujeitas a forças e devido a tal se deslocam por certo elemento de distância ( $\Delta x$ ), pode-se assumir que tais corpos estão realizando trabalho ( $W$ ), que é descrito pela seguinte equação (ver equação 2.3):

$$W = \int_{x1}^{x2} F. dx \quad (2.3)$$

O Trabalho de uma força constante pode ser descrito também em função da Variação da Energia Cinética do sistema ( $\Delta K$ ), como expressa o Teorema da Energia Cinética (ver equação 2.5):

$$W = \Delta K \quad (2.5)$$

$$W = \frac{1}{2} . m. u^2 - \frac{1}{2} . m. u_0^2$$

Considerando a movimentação unidimensional das partículas dissolvidas em solução, em determinado momento inicial as partículas em relação a certo elemento ( $\Delta x$ ), não estão se movimentando, logo sua Velocidade Inicial ( $u_0$ ) pode ser considerada nula, sendo assim o Trabalho passa a ser descrito da seguinte maneira:

$$W = \frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2$$

Para um sistema no qual temos um número  $n$  de partículas se difundindo, sendo que cada uma apresenta uma determinada Massa ( $m(i)$ ) e Aceleração ( $a(i)$ ), temos que a Força Resultante nas partículas pode ser expressa como sendo:

$$F_{R(X)} = \sum_{i=1}^n m(i) \cdot a(i)$$

Já que o sistema apresenta uma Força Constante, tal movimento é descrito também com uma Aceleração Constante para todas as partículas de acordo com o Movimento Uniformemente Variado, o que permite retirar a Aceleração do Somatório, a partir das propriedades dos Somatórios:

$$F_{R(X)} = a \cdot \sum_{i=1}^n m(i)$$

$$F_{R(X)} = M \cdot a$$

Para chegar à Equação de Nathan, iguala-se as duas equações de Trabalho, e por ser tratar

do movimento de moléculas como foi demonstrado, considera-se a massa (m) como sendo a massa (M) total de uma determinada quantidade de moléculas presentes no sistema em estudo, e também substitui o elemento (dx) por ( $\Delta x$ ) da Primeira Lei de Fick.

$$\int_{x1}^{x2} F. dx = \frac{1}{2} \cdot M. u^2$$

$$\int_{x1}^{x2} F. (-D). \frac{\partial C}{J} = \frac{1}{2} \cdot M. u^2$$

Sabendo que (F, D, J) são constantes em relação ao elemento ( a ser integrado, a partir da propriedade da constante de integrais, os termos podem ser retirados da integral:

$$\frac{F. (-D)}{J} \cdot \int_{x1}^{x2} \partial C = \frac{1}{2} \cdot M. u^2$$

Reescrevendo os limites de integração em relação ao elemento ( $\Delta C$ ), temos:

$$\frac{F. (-D)}{J} \cdot \int_{C1}^{C2} \partial C = \frac{1}{2} \cdot M. u^2$$

$$\frac{F. (-D)}{J} \cdot [C]_{C1}^{C2} = \frac{1}{2} \cdot M. u^2$$

$$\frac{F. (-D)}{J} \cdot [C2 - C1] = \frac{1}{2} \cdot M. u^2$$

Sabendo que  $[C_2 - C_1 = \Delta C]$ , pode-se substituir o valor na equação:

$$\frac{F. (-D)}{J} . \Delta C = \frac{1}{2} . M. u^2$$

Isolando a variável Densidade de Fluxo (J), obtemos a Equação de Nathan (ver equação 3.3):

$$J = - \frac{2. [D. \Delta C. FR]}{M. u^2} \quad (3.3)$$

J – Densidade de Fluxo ( $\text{Mol m}^{-2} \text{s}^{-1}$ )

D – Coeficiente de Difusão ( $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ )

$\Delta C$  – Variação da Concentração ( $\text{Mol m}^{-3}$ )

$F_R$  – Força Resultante ( $\text{Kg m s}^{-2}$ )

M – Massa Total Das Partículas Difundindo (Kg)

u – Velocidade De Difusão Das Partículas ( $\text{m s}^{-1}$ )

### 3.2 AVALIAÇÃO MATEMÁTICA E FÍSICA DA EQUAÇÃO DE NATHAN

Para confirmar a validação da Equação de Nathan de forma matemática, fez-se necessário realizar a Análise Dimensional descrita por Halliday (2016), no qual checará se as unidades da Primeira Lei de Fick se conservam, sendo as unidades da Equação de Nathan equivalentes. Análise dimensional é uma ferramenta utilizada na Física para determinar a unidade de medida de alguma grandeza. A análise dimensional é uma ferramenta que possibilita a previsão, inspeção e adaptação das unidades físicas que são utilizadas para a



resolução de equações.

Lei de Fick:

$$J - (\text{Mol m}^{-2} \text{ s}^{-1})$$

Equação de Nathan:

$$J = - \frac{2.[D. \Delta C. FR]}{M. u^2}$$

$$J = - \frac{\left(\frac{m^2}{s}\right)\left(\frac{\text{Mol}}{m^3}\right)\left(kg \frac{m}{s^2}\right)}{(kg)\left(\frac{m}{s}\right)^2}$$

$$J = - \frac{\left(\frac{m^2}{s}\right)\left(\frac{\text{Mol}}{m^3}\right)\left(kg \frac{m}{s^2}\right)}{(kg)\left(\frac{m^2}{s^2}\right)}$$

$$J - (\text{Mol m}^{-2} \text{ s}^{-1})$$

Geralmente, as grandezas físicas fundamentais são expressas como: Comprimento (L), Massa (M), Tempo (T), Temperatura ( $\theta$ ), Corrente Elétrica (A), Quantidade de Matéria (Mol) e Intensidade Luminosa (I). A análise dimensional da Equação de Nathan (3.3) pode, então, ser realizada usando-se tais representações das grandezas físicas fundamentais, de acordo com o equivalente de cada variável da formulação exposta, como aponta Marques (2016).

$J$  – Densidade de Fluxo ( $\text{Mol L}^{-2} \text{T}^{-1}$ )

$D$  – Coeficiente de Difusão ( $\text{L}^2 \text{T}^{-1}$ )

$\Delta C$  – Variação da Concentração ( $\text{Mol L}^{-3}$ )

$F_R$  – Força Resultante ( $\text{M L T}^{-2}$ )

$M$  – Massa Total Das Partículas Difundindo ( $M$ )

$u$  – Velocidade De Difusão Das Partículas ( $\text{L T}^{-1}$ )

Realizando agora a Análise Dimensional com as representações gerais das grandezas físicas fundamentais, temos:

Lei de Fick:

$$J - (\text{Mol L}^{-2} \text{ T}^{-1})$$

Equação de Nathan:

$$J = - \frac{2.[D. \Delta C. FR]}{M. u^2}$$

$$J = - \frac{\left(\frac{L^2}{T}\right)\left(\frac{Mol}{L^3}\right)\left(M\frac{L}{T^2}\right)}{(M)\left(\frac{L}{T}\right)^2}$$

$$J = - \frac{\left(\frac{L^2}{T}\right)\left(\frac{Mol}{L^3}\right)\left(M\frac{L}{T^2}\right)}{(M)\left(\frac{L^2}{T^2}\right)}$$

$$J - (\text{Mol L}^{-2} \text{ T}^{-1})$$

A Equação de Nathan demonstra a conservação das unidades, bem como também, segue algumas afirmações que a Primeira Lei de Fick e Lei de Graham demonstram, de modo a relacionar certas variáveis de maneira direta ou inversamente proporcional, validando fisicamente tal formulação matemática para o processo de Difusão, independente das unidades escolhidas para as grandezas fundamentais, desde que tenham coerência em âmbito geral.

A primeira relação que a Equação de Nathan evidencia, é a relação diretamente proporcional entre a Densidade de Fluxo ( $J$ ) e a Variação da Concentração entre dois pontos ( $\Delta C$ ). Estabelecendo que, um aumento na Diferença de Concentração entre dois pontos quaisquer do sistema, estará diretamente relacionado ao aumento da Densidade de Fluxo dos mesmos, Tal relação obedece a Lei de Fick.

$$J \propto \Delta C$$

A segunda relação importante, trata-se da direta proporcionalidade entre a Densidade de Fluxo ( $J$ ) e a Força Resultante ( $F_R$ ) atuante nas partículas ( $\gamma$ ) que compõem o sistema em questão. Isso implica dizer que, um aumento na variável Força Resultante que atua sob as moléculas que se difundem, também aumentará de maneira diretamente proporcional o Fluxo de Partículas.

$$J \propto F_R$$

A terceira relação importante, trata-se da inversa proporcionalidade entre a Densidade de Fluxo ( $J$ ) e a massa total de um elemento gama qualquer ( $\gamma$ ), que compõem o sistema em estudo. Isso implica dizer que, considerando para cada molécula e apenas sua Massa Molecular, quanto maior a Massa Molecular do elemento a se difundir, menor será sua Taxa de Transporte, Tal relação obedece a Lei de Fick e Lei de Graham.

$$J \propto \frac{1}{M(\gamma)}$$

A quarta relação importante, trata-se da inversa proporcionalidade entre a Massa Molecular ( $M$ ) e ao quadrado da Velocidade de Difusão ( $u$ ). Ou pode ser entendido como sendo a

relação inversa entre a Velocidade de Difusão e a raiz quadrada da Massa Molecular do elemento ( $\gamma$ ). Tal relação obedece a Lei de Graham da Efusão e Difusão de gases, mostrando correlação da Velocidade ao inverso da raiz quadrada da Massa Molecular.

A Densidade de Fluxo ( $J$ ), é inversamente proporcional ao produto entre a Massa Molecular ( $M$ ) – quando para uma partícula – e o quadrado da Velocidade de Difusão ( $u$ ):

$$J \propto \frac{1}{M \cdot u^2}$$

Se ( $J$ ) é constante ( $K$ ), temos:

$$K \propto \frac{1}{M \cdot u^2}$$

Isolando-se a variável Velocidade de Difusão ( $u$ ), chega-se à:

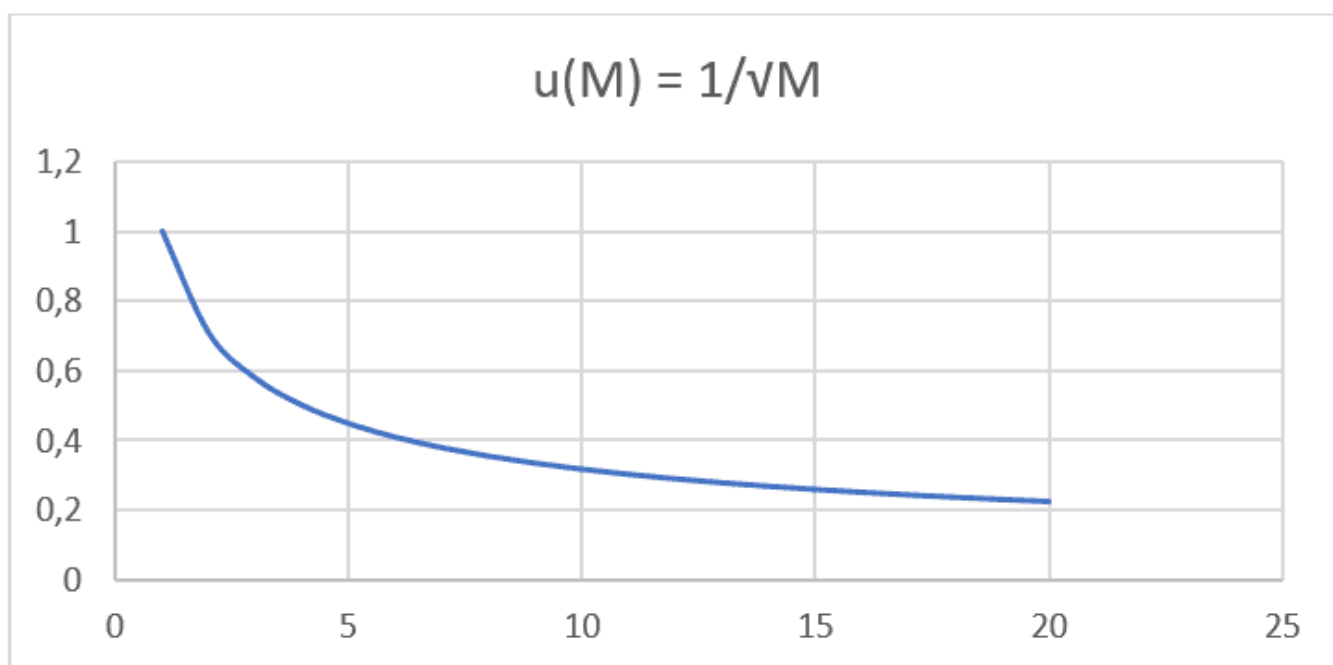
$$u^2 \propto \frac{1}{M(\gamma)}$$

$$u \propto \frac{1}{\sqrt{M(\gamma)}}$$

A partir do Software Excel versão 2016, foi possível também realizar a modelação em gráfico de 20 dados hipotéticos para o valor de Massa Molecular ( $M$ ), com intervalo de ( $0 < M < 21$ ) em ordem crescente, correlacionado ao seu respectivo valor de Velocidade de Difusão ( $u$ ),

sabendo que a velocidade de difusão de um determinado elemento é inversamente proporcional a raiz quadrada de sua respectiva massa, como aponta a Lei de Graham e também a Equação de Nathan quando a Taxa de Transporte (J) se mantém constante e considera-se apenas a massa de uma única partícula. Desse modo, podemos perceber a semelhança dos gráficos construídos posteriormente com tais dados (ver Gráfico 1).

Gráfico 1: Velocidade de Difusão versus o inverso da Raiz Quadrada da Massa Molecular.



Percebe-se que ambas as formulações, tanto Lei de Graham quanto Equação de Nathan, apresentam proporcionalidade iguais e estão baseadas no mesmo tipo de função:  $F(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ . Realizando projeção gráfica com valores de Massa Molecular, dados da IUPAC, e sua respectiva Velocidade de difusão de 20 gases diferentes a mesmas pressões e temperaturas listados na tabela a seguir (ver Tabela 1), pode-se projetar um segundo gráfico (ver Gráfico 2).

Tabela 1: Massas Moleculares e suas respectivas Velocidades de Difusão.

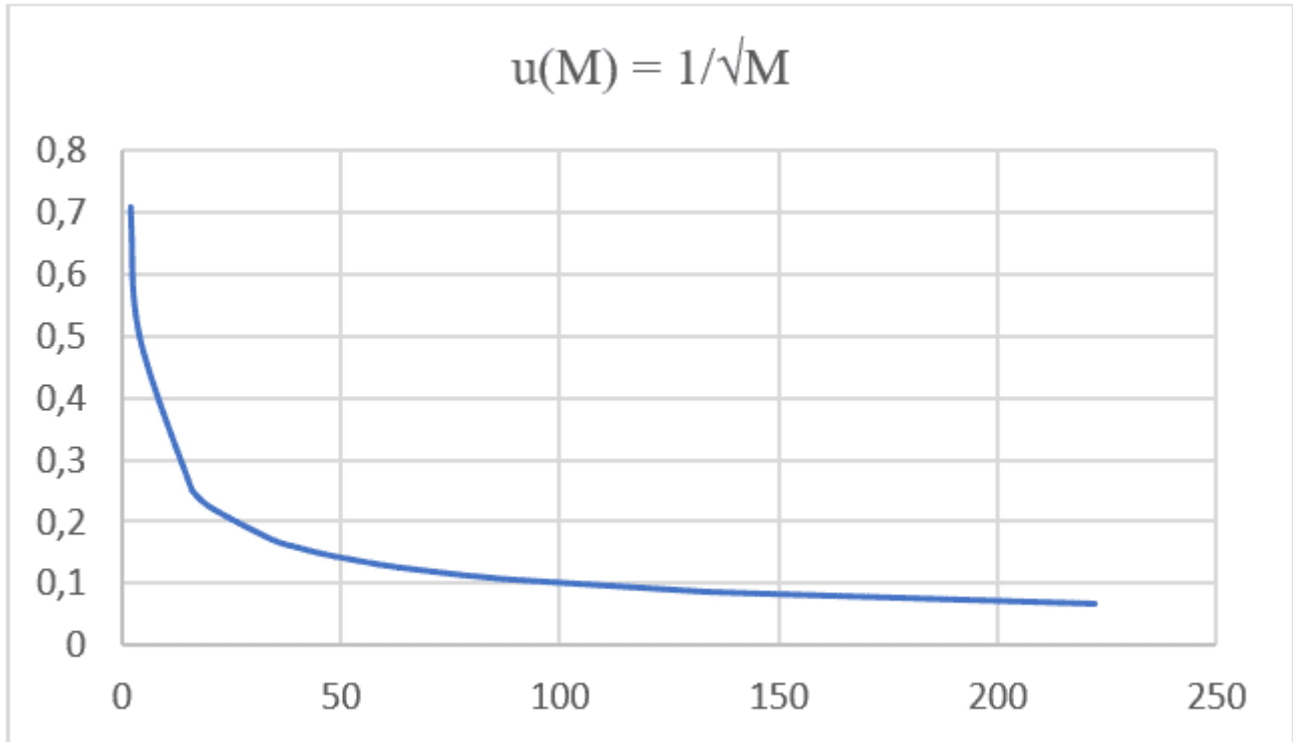
Gás	Massa Molecular (g/mol)	Velocidade de Difusão (cm/s)
-----	-------------------------	------------------------------

## Nova Formulação Matemática Do Processo De Difusão Molecular E Eletrodifusão Nas Membranas Celulares

H <sub>2</sub>	2	0,7
He	4	0,5
O <sub>2</sub>	16	0,25
CH <sub>4</sub>	16	0,25
Ne	20	0,22
H <sub>2</sub> S	34	0,17
Ar	40	0,15
CO <sub>2</sub>	44	0,15
NO <sub>2</sub>	46	0,14
O <sub>3</sub>	48	0,13
C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	58	0,12
NO <sub>3</sub>	63	0,12
SO <sub>2</sub>	64	0,12
CS <sub>2</sub>	76	0,11
SO <sub>3</sub>	80	0,11
Kr	84	0,10
FeS	88	0,10
Xe	131	0,08
PCl <sub>3</sub>	137	0,08
Rb	222	0,06

Fonte: O Autor.

Gráfico 2: Velocidade de Difusão versus o inverso da Raiz Quadrada da Massa Molecular.



Fonte: O Autor.

Segundo Zeiger e Taiz (2006), o Tempo Médio de Difusão pode ser definido como sendo a razão entre o quadrado da Variação da Distância ( $\Delta X^2$ ) e o Coeficiente de Difusão do elemento (D), como expressa a seguinte formulação matemática (ver equação 3.4):

$$T_M = \frac{\Delta X^2}{D} \quad (3.4)$$

A partir da definição de Velocidade Escalar Média (u) da cinemática e substituindo-se o valor do tempo pela variável Tempo Médio ( $T_M$ ), obtemos:



$$u = \frac{dx}{dt} \text{ ou } u = \frac{\Delta X}{\Delta T}$$

$$u = \frac{\Delta X}{\left(\frac{\Delta X^2}{D}\right)}$$

$$u = \frac{\Delta X \cdot D}{\Delta X^2}$$

Realizando as manipulações algébricas, pode-se obter a equação para calcular a Velocidade de Difusão (u) de um elemento qualquer:

$$u = \frac{D}{\Delta X} \tag{3.5}$$

Substituindo (3.5) na Equação de Nathan (3.3), podemos obter a relação entre o quadrado da Variação da Distância ( $\Delta X$ ) e a Variação da Concentração ( $\Delta C$ ).

$$J = - \frac{2. [D. \Delta C. FR]}{M. u^2} \quad (3.3)$$

$$J = - \frac{2. [D. \Delta C. FR]}{M. (\frac{D}{\Delta X})^2}$$

$$J = - \frac{2. [D. \Delta C. FR]}{M. (\frac{D^2}{\Delta X^2})}$$

$$J = - \frac{2. [D. \Delta C. FR. \Delta X^2]}{M. D^2}$$

$$J = - \frac{2. [\Delta C. FR. \Delta X^2]}{M. D} \quad (3.6)$$

Realizando a Análise Dimensional da equação (3.6) para confirmar a conservação das unidades da Lei de Fick, temos:

$$J - (\text{Mol m}^{-2} \text{s}^{-1})$$

$$J = - \frac{2. [\Delta C. FR. \Delta X^2]}{M. D}$$

$$J = - \frac{[(\frac{\text{Mol}}{\text{m}^3}). (\frac{\text{Kg m}}{\text{s}^2}). (\text{m}^2)]}{(\text{Kg}). (\frac{\text{m}^2}{\text{s}})}$$

$$J - (\text{Mol m}^{-2} \text{s}^{-1})$$

Validada a conservação de unidades a partir de análise dimensional, pode-se perceber uma relação importante e comum na Equação de Nathan e Lei de Fick, trata-se da inversa

proporcionalidade entre a Variação de Concentração ( $\Delta C$ ), e ao quadrado da Variação da Distância ( $\Delta X^2$ ). Para que tal afirmação seja válida consideraremos a Taxa de Transporte ( $J$ ) sendo constante, e analisaremos apenas estas duas variáveis: Variação da Concentração e Distância.

$$J \propto \Delta C \cdot \Delta X^2$$

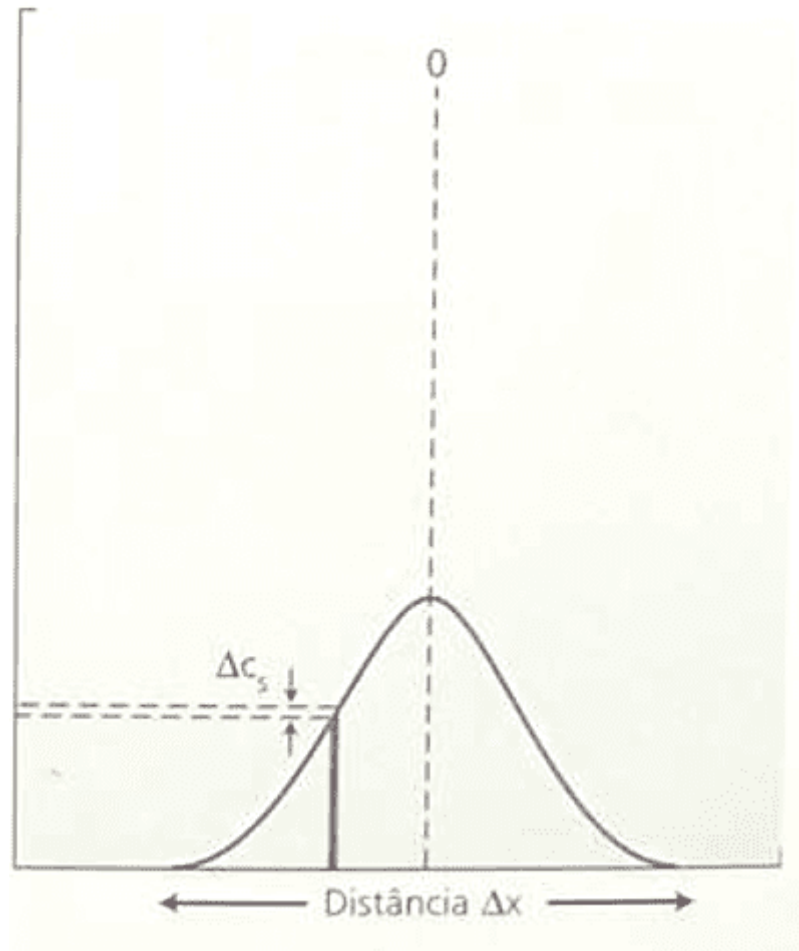
Considerando a Densidade de Fluxo ( $J$ ) sendo constante, temos:

$$K \propto \Delta C \cdot \Delta X^2$$

$$\Delta C \propto \frac{1}{\Delta X^2}$$

Demonstra-se a inversa proporcionalidade entre Variação da Concentração ( $\Delta C$ ) e o quadrado da Variação da Distância ( $\Delta X^2$ ). Tal afirmação concorda com a Lei de Fick, pois quando analisadas a correlação entre aquelas duas variáveis, ambas as formulações, Equação de Nathan e Lei de Fick, descrevem um mesmo gráfico que segue a função:  $F(x) = \frac{1}{x^2}$ . A seguir temos a demonstração do formato do gráfico (Curva Gaussiana), Variação da Concentração versus Variação do Quadrado da Distância (ver figura 3):

Figura 3: Gráfico Variação da Concentração versus Quadrado da Variação da Distância.



Fonte: O Autor.

Para o caso de apenas ter como variável determinante no processo de difusão de um determinado elemento, a Variação da Concentração ( $\Delta C$ ), assumindo então que se trata de um movimento de partículas a velocidade constante e não um movimento uniformemente variado ocasionado por uma força constante, basta substituir (2.7) em (3.3), a Equação de Torricelli, que retornará a descrição matemática conhecida como: 1º Lei de Fick.

$$J = - \frac{2 \cdot [D \cdot \Delta C \cdot FR]}{M \cdot u^2} \quad (3.3)$$

Substituindo (2.7) em (3.3) considerando a velocidade inicial ( $u_0$ ) nula, temos:

$$J = - \frac{2. [D. \Delta C. FR]}{M. (2.a.\Delta X)}$$

Cancelando os termos Força Resultante ( $F_R$ ), com os termos no denominador Massa Total das Partículas (M) e Aceleração (a), bem como as constantes no numerador e denominador (2), obtemos novamente a formulação linear: Primeira Lei de Fick (2.1).

$$J = - D. \frac{\Delta C}{\Delta X} \quad (2.1)$$

$$F_E = \frac{(J)}{(m)}$$

A Equação de Nathan pode ser estendida para descrever o processo de difusão de íons via membrana celular, matematicamente, levando em consideração as formulações matemáticas a seguir. Segundo Pimentel (2004), a força motriz dos processos difusivos nos sistemas biológicos é o denominado Potencial Químico do sistema, e no caso do exemplo em questão, ocorre a transferência de matéria de um ponto A para outro B, tal Potencial Químico pode ser expressa a partir da seguinte equação (2.8):

$$W_Q = \Delta\mu = R. T. \ln\alpha \quad (2.8)$$

Isso implica dizer que um soluto vai se locomover de uma região com maior Potencial Químico para outra menor, ou no caso de solventes como a água, a partir da osmose se

desloca das regiões de menores concentrações de soluto para maiores. No entanto, o fluxo de partículas cessa, quando os potenciais químicos de ambas as fases se igualam, obtendo-se assim o estado final de equilíbrio (HENEINE, 2004).

Tal Potencial da Solução que produz a Força Resultante do sistema, pois representa a capacidade de um determinado sistema em realizar trabalho, pode ser descrito levando em consideração a contribuição de outros fatores importantes, como: Ação Gravitacional e Influência Elétrica nas Partículas devido suas cargas e a diferença de potencial elétrico. Dessa feita, a equação do Potencial Máximo pode ser expressa pela formulação do Potencial Eletroquímico, a seguir (ver equação 3.7):

$$W_{MÁX} = \Delta\mu + m. g. h + Z. F. \Delta V \quad (3.7)$$

No caso de desconsiderar-se a contribuição do potencial gravitacional ( $m.g.h$ ), a equação será reduzida apenas a contribuição química e elétrica, sendo estas as forças que exercem trabalho no conjunto de partículas iônicas a se movimentarem pelos canais iônicos ou moleculares por entre a bicamada lipídica, adentrando-se para o meio intracelular (ALBERTS, 2009).

A Equação de Nathan descreve o processo de difusão, e o fenômeno natural de transporte de íons via membrana celular pode ser do mesmo modo expresso pela Equação de Nathan, tomando como Força Resultante ( $F_R$ ) apenas o Potencial Químico da solução e contribuição elétrica, desprezando a contribuição gravitacional.

$$W_{MÁX} = \Delta\mu + Z. F. \Delta V$$

Sabendo que ( $W = F_R. \Delta x$ ), substituindo a equação (2.3) obtemos:

$$F_R \cdot \Delta X = \Delta \mu + Z \cdot F \cdot \Delta V$$

$$F_R = \frac{\Delta \mu}{\Delta X} + Z \cdot F \cdot \frac{\Delta V}{\Delta X} \quad (3.8)$$

Realizando a análise dimensional da Força Resultante (3.8), dividindo-a em suas parcelas químicas e elétricas, pode-se perceber o surgimento não mais da unidade de energia Joule (J), mas sim a unidade de Força no Sistema Internacional de Medidas, o Newton (N):

$$F_R = \frac{\Delta \mu}{\Delta X} + Z \cdot F \cdot \frac{\Delta V}{\Delta X}$$

$$F_Q = \frac{\Delta \mu}{\Delta X} / F_E = Z \cdot F \cdot \frac{\Delta V}{\Delta X}$$

Analisando a parcela química de contribuição ( $F_Q$ ), temos:

$$F_R - (N - Kg \, m \, s^{-2})$$

$$F_Q = \frac{\Delta \mu}{\Delta X}$$

$$F_Q = \frac{(J)}{(m)}$$

Sabendo que a unidade de energia Joule (J - N. m), pode-se substituir na análise dimensional, obtendo:

$$F_Q = \frac{(N) \cdot (m)}{(m)}$$

$$F_Q = (N - \text{Kg m s}^{-2})$$

Analisando a parcela elétrica de contribuição ( $F_E$ ), temos:

$$F_R = (N - \text{Kg m s}^{-2})$$

$$F_E = Z \cdot F \cdot \frac{\Delta V}{\Delta X}$$

Sabendo que a Valência ( $Z$ ) é uma variável adimensional, temos:

$$F_E = (\text{C} \cdot \text{Mol}^{-1}) \cdot \frac{(V)}{(m)}$$

Sabendo que a unidade de tensão Volt ( $V - \text{J} \cdot \text{C}^{-1}$ ), pode-se substituir na análise dimensional, obtendo:



$$F_E = (C. \text{Mol}^{-1}). \frac{(\frac{J}{C})}{(m)}$$

$$F_E = \frac{(C). (J)}{(C). (m). (Mol)}$$

$$F_E = \frac{(J)}{(m). (Mol)}$$

Como a unidade Mol é considerada como adimensional, pois apenas está relacionada a entidades que compõem determinado sistema, como: Átomos, moléculas, íons ou elétrons; podemos desconsiderar tal unidade na análise, simplificando-a:

$$F_E = \frac{(J)}{(m)}$$

Sabendo que a unidade de energia Joule (J - N. m), pode-se substituir na análise dimensional, obtendo:

$$F_E = \frac{(N). (m)}{(m)}$$

$$F_E = (N - \text{Kg m s}^{-2})$$

A partir da análise dimensional das duas parcelas, química e elétrica, que compõem a Força Resultante ( $F_R$ ) do sistema em estudo, mostra-se como válida para calcular tal força. Escrevendo as razões entre a Variação do Potencial Químico ( $\Delta\mu$ ) e Variação da Distância ( $\Delta X$ ), Variação do Potencial Elétrico ( $\Delta V$ ) e Variação da Distância ( $\Delta X$ ), em forma de limites de

$(\Delta X \rightarrow 0)$  e em seguida na forma diferencial, tendo a Força Resultante Instantânea, obtemos:

$$\lim_{\Delta X \rightarrow 0} (FR) = \lim_{\Delta X \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta \mu}{\Delta X} \right) + Z. F. \lim_{\Delta X \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta V}{\Delta X} \right) = \frac{d\mu}{dx} + Z. F. \frac{dV}{dx} \quad (3.9)$$

Para uma situação em que os Potenciais Eletroquímicos de duas fases (A) e (B) de um determinado sistema forem iguais, ou seja, em uma situação de equilíbrio pode-se estabelecer o valor da Variação do Potencial Elétrico nas extremidades das Membranas Celulares, o que remete a Equação de Nernst.

$$[\mu_A = \mu_B]$$

Se os potenciais são iguais, tal afirmação indica que o Trabalho realizado pelas partículas é nulo, logo a Força Resultante nelas também será nula, visto que não há trânsito de moléculas entre as duas fases do sistema:

$$F_R = \frac{d\mu}{dx} + Z. F. \frac{dV}{dx}$$

$$0 = \frac{d\mu}{dx} + Z. F. \frac{dV}{dx}$$

$$Z. F. \frac{dV}{dx} = - \frac{d\mu}{dx}$$

Pode-se cancelar os elementos (dx) que aparecem nos dois lados da igualdade e isolando o termo (dV), logo em seguida reescreveremos em função das variações, o que resulta:

$$dV = - \frac{d\mu}{Z.F}$$

$$\Delta V = - \frac{\Delta\mu}{Z.F}$$

Substituindo o Potencial Químico (2.3), reestabelecemos o cálculo do Potencial Elétrico para uma situação de equilíbrio em sistemas biológicos (3.10), conhecido como Equação de Nernst (HENEINE, 2004).

$$\Delta V = - \frac{R. T}{Z. F} \cdot \ln\left(\frac{[YA]}{[YB]}\right) \quad (3.10)$$

Pode-se substituir a Força Resultante do Sistema (3.9), na Equação de Nathan anteriormente descrita (ver equação 3.3):

$$J = - \frac{2.[D. \Delta C. FR]}{M. u^2}$$

$$J = - \frac{2.[D. \Delta C. (\frac{d\mu}{dx} + Z.F.\frac{dV}{dx})]}{M. u^2}$$

Separando os termos no parêntese, temos a Equação de Nathan Para Eletrodifusão Nas Membranas Celulares (3.11):

$$J = - \frac{2. D. \Delta C}{M. u^2} \times \left[ \frac{\partial\mu}{\partial x} + Z.F. \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right] \quad (3.11)$$

J - Taxa de Transporte ou Densidade de Fluxo de Íons na Membrana (Mol m<sup>-2</sup> s<sup>-1</sup>)

D – Coeficiente de Difusão do Solute ( $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ )

$\Delta C$  – Variação da Concentração ( $\text{Mol m}^{-3}$ )

M – Massa Total Das Partículas Difundindo (Kg)

$u^2$  – Velocidade De Difusão Das Partículas ( $\text{m s}^{-1}$ )

Z – Valência do Íon

F – Constante de Faraday ( $F = 9,648 \times 10^4 \text{ C mol}^{-1}$ )

$\frac{\partial \mu}{\partial x}$  – Derivada do Potencial Químico em Relação a dx ( $\text{Kg m s}^{-2}$ )

$\frac{\partial V}{\partial x}$  – Derivada do Potencial Elétrico em Relação a dx ( $\text{V m}^{-1}$ )

Segundo Halliday (2016) para a Termodinâmica, Energia Interna (U) ou Variação da Energia Interna ( $\Delta U$ ), é o somatório das energias cinéticas e potenciais de todas as moléculas que um sistema contém. Pode ser expressa essa relação, com a seguinte descrição matemática (ver equação 3.12), considerando a velocidade média para todas as partículas constante:

$$U = \sum_{i=1}^n \frac{m_i \cdot u^2}{2} \quad (3.12)$$

$$U = \frac{u^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^n m(i)$$

$$U = \frac{u^2}{2} \cdot M \quad [M - \text{Massa Total das Partículas do Sistema}]$$

$$U = \frac{M \cdot u^2}{2}$$

$$2 \cdot U = M \cdot u^2 \quad (3.13)$$

Substituindo a Equação (3.13), na Equação de Nathan (3.3), pode-se determinar um termo constante, denominado pelo autor com a letra grega ômega ( $\omega$ ):

$$J = - \frac{2. [D. \Delta C. FR]}{M. u^2} \quad (3.3)$$

$$J = - \frac{2. [D. \Delta C. FR]}{2. \Delta U}$$

$$J = - \frac{[D. \Delta C. FR]}{\Delta U}$$

Se agora considerarmos a razão como uma constante ( $\omega$ ) qualquer, visto que, os valores de tais variáveis não se alteram em relação ao tempo, já que a derivada parcial de qualquer termo é nula. Sabendo que ( $\omega$ ) apresenta como unidade, uma razão entre Quantidade de Matéria Concentrada e Energia Interna de um sistema, tal relação é equivalente a seguinte expressão (3.15):

$$\omega = \frac{\Delta C}{\Delta U} \quad (3.14)$$

$$\left[ \frac{\partial \mu}{\partial x} + Z. F. \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right]$$

E sabendo que a parcela (  $\left[ \frac{\partial \mu}{\partial x} + Z. F. \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right]$  refere-se a Força Resultante do sistema ( $F_R$ ), pode-se ainda rescrever tal formulação como sendo sua forma geral (3.15):

$$J = - D. \omega. F_R \quad (3.15)$$

Agora é possível notar que, como os termos ( $D$ ) e ( $\omega$ ) são constantes, a Densidade de Fluxo ( $J$ ) é diretamente proporcional a Força Resultante do sistema ( $F_R$ ), o que implicar dizer que caso ocorra um aumento em uma destas variáveis, a outra sofrerá também um aumento proporcional.

$$J \propto F_R$$

A Equação de Nathan Para Eletrodifusão Nas Membranas Celulares, descreve o fluxo de íons pela membrana, via canais iônicos quando estes estão abertos, influenciado por gradiente de concentração dos meios extracelular e intracelular, bem como também Potencial Elétrico ou Campo Elétrico sob os íons, gerado pela própria membrana celular. Tal formulação leva em consideração a Massa Total das Partículas do elemento que vai se difundir, as forças motrizes químicas e elétricas presentes no fenômeno de transporte dos íons via membrana celular, contudo, caso haja outros fatores externos, devido ao incremento da variável Força Resultante, a análise pode ser feita em âmbito generalizado, além de concordar com os conceitos físicos existentes e apresentados.

#### 4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em suma, o presente artigo propôs a formulação da “Equação de Nathan”, como uma extensão da 1ª Lei de Fick, que descreve o fluxo difusivo de partículas em soluções, em função não apenas da Diferença de Concentração ( $\Delta C$ ), mas com o objetivo de considerar a Densidade de Fluxo de Matéria ( $J$ ) em função da Força Resultante constante ( $F_R$ ) atuante nas partículas de um determinado sistema (ver equação 3.3).

Tal Formulação demonstrou a direta proporcionalidade entre a Força atuante nas partículas, e Densidade de Fluxo ( $J$ ), logo, quanto maior a força exercida no sistema, também maior será o transporte de matéria. A mesma descrição matemática dos processos naturais de difusão de moléculas, que permite uma análise geral de quaisquer forças que venham exercer influência sob determinados sistemas em estudo, também pode ser estendida para explicar o transporte de íons via membrana celular, quando a Força Resultante sob as partículas do sistema em questão leva em consideração o Potencial Químico e Potencial Elétrico, bem como uma relação entre Quantidade de Matéria Concentrada e a Energia Interna de um Sistema ( $\omega$ ), o que foi denominado pelo autor de “Equação de Nathan Para Eletrodifusão Nas Membranas Celulares” (ver equação 3.11), ou também em sua formulação geral (ver equação 3.15).

A validação das Equações foram avaliadas a partir da Análise Dimensional e relações diretas e inversamente proporcionais entre as variáveis, em relação aos postulados propostos pela 1ª Lei de Fick e Lei de Graham, em forma de gráficos com curvas descritas por certas

funções que demonstram as proporcionalidades existentes entre: Velocidade de Difusão versus Massa Molecular de um elemento (ver Gráfico 1), e a Variação da Concentração versus o quadrado da Variação da Distância (ver Gráfico 3); mostrando-se como uma formulação válida física e matematicamente para tal descrição do fenômeno natural, pois, as unidades da Lei de Fick se conservam na Equação de Nathan, e corresponde de maneira positiva a respeito das proposições de tais Leis Físico-Químicas já estabelecidas e suas representações gráficas, seguindo proporcionalidades descritas por determinadas funções apresentadas anteriormente. Próximos artigos a partir de experimentos físicos ou com softwares específicos de modelagem, podem avaliar a praticidade e coerência da Equação de Nathan com a realidade natural, referente ao estudo do fenômeno de difusão, de modo a analisar a precisão e generalidade dos conceitos levantados pela mesma.

$$J = - \frac{2. [D. \Delta C. FR]}{M. u^2} \quad (3.3)$$

$$J = - D. \omega. \left[ \frac{\partial \mu}{\partial x} + Z. F. \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right] \quad (3.11)$$

$$J = - D. \omega. F_R \quad (3.15)$$

$$\omega = \frac{\Delta C}{\Delta U} \quad (3.14)$$

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBERTS, Bruce et al. Biologia Molecular da Célula, 5ª Edição. Editora: ARTMED, 2010, 1728 p., Vol. 1. ISBN: 978-85-363-2170-7.

BRADY, James; HUMISTON, Gerard. Química Geral, 2ª Edição. Editora: LTC, 1995, 404 p., Vol. 1. ISBN: 9788521604495.

DA SILVA, Raissa. Difusão de Gases em Membranas Densas Via Simulação Molecular. Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa na Engenharia (UFRJ), Data da Dissertação de Mestrado: Abril de 2013. Disponível em: <http://portal.peq.coppe.ufrj.br/index.php/producao-academica/dissertacoes-de-mestrado/2013-1/47-difusao-de-gases-em-membranas-densas-via-simulacao>. Acesso: 25/06/2020.

HENEINE, Ibrahim. Biofísica Básica, 2º Edição. Editora: ATHENEU, 2004, 381 p., Vol. 1. ISBN: 8573791225.

JUNQUEIRA, Luiz C.; CARNEIRO, Jóse. Biologia Celular e Molecular, 9º Edição. Editora: Guanabara Koogan, 2012, 376 p., Vol. 1. ISBN: 9788527720786.

MARQUES, Francisco Das Chagas. Física Mecânica, 1º Edição. Editora: Manole, 2016, 315 p., Vol. 1. ISBN: 9788520427743.

MOREIRA C., Catarina. Difusão Simples. Rev. Ciência Elem., V2(02):144. doi.org/10.24927/rce2014.144. Publicado: 15 de Setembro de 2010. Disponível em: <https://rce.casadasciencias.org/rceapp/art/2014/144/>. Acesso: 22/06/2020.

PIMENTEL, Carlos. A Relação da Planta Com a Água, Local: EDUR – Editora Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. 2004, 190 p. ISBN: 85-85720-45-X

TAIZ, Lincoln; ZEIGER, Eduardo. Fisiologia Vegetal, 3º Edição. Editora: ARTMED, 2006, Vol. 1, 722 p. ISBN: 85-363-0291-7.

TIPLER, Paul; MOSCA, Gene. Física para Cientistas e Engenheiros – Mecânica, Ondas, Termodinâmica, 6º Edição. Editora: LTC, 2009, 788 p., Vol. 1. ISBN: 9788521617105.

WALKER, Jearl et al. Halliday & Resnick <sup>1</sup>: Fundamentos de Física – Mecânica, 10º Edição. Editora: LTC, 2016, 372 p., Vol. 1. ISBN-13: 978-8521630357.

WALKER, Jearl et al. Halliday & Resnick <sup>2</sup>: Fundamentos de Física – Gravitação, Ondas, Termodinâmica, 10º Edição. Editora: LTC, 2016, 324 p., Vol. 1. ISBN-13: 978-8521630364.

WALKER, Jearl et al. Halliday & Resnick <sup>3</sup>: Fundamentos de Física – Eletromagnetismo, 10º



Edição. Editora: LTC, 2016, 408 p., Vol. 1. ISBN-13: 978-8521630371.

<sup>[1]</sup> Graduação.

Enviado: Dezembro, 2020.

Aprovado: Abril, 2021.