

ARTIGO ORIGINAL

SANTOS, Liedson Oliveira dos ^[1]

SANTOS, Liedson Oliveira dos. Ferramenta Computacional para Solução do Fluxo de Potência Ótimo Linear Através do Método Primal-Dual de Pontos Interiores. Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Ano 06, Ed. 04, Vol. 01, pp. 05-27. Abril de 2021. ISSN: 2448-0959, Link de acesso: <https://www.nucleodoconhecimento.com.br/engenharia-eletrica/potencia-otimo>, DOI: 10.32749/nucleodoconhecimento.com.br/engenharia-eletrica/potencia-otimo

Contents

- RESUMO
- 1. INTRODUÇÃO
- 2. FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO LINEAR
- 3. SISTEMA ELÉTRICO PROPOSTO
- 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES
- 5. CONCLUSÕES
- REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

RESUMO

Com o objetivo de encontrar um estado operativo de uma rede elétrica em regime permanente, é desenvolvido o Fluxo de Potência Ótimo (FPO), amplamente utilizado no planejamento, operação e na análise de sistemas elétricos de potência. Neste contexto, este trabalho propõe uma ferramenta computacional desenvolvida no software MATLAB® para solução do problema de otimização do fluxo de potência ótimo que minimiza os custos de produção, utilizando o modelo linearizado e o método primal-dual de pontos interiores. Os resultados obtidos por meio das simulações realizadas com o sistema teste IEEE14, mostram a eficiência e robustez da metodologia e do algoritmo propostos, tendo convergido para a mesma solução do software FLUPOT da Cepel.

Palavras-chave: Fluxo de Potência, Fluxo de Potência Ótimo Linear, FPO Linear, Método Primal-Dual de Pontos Interiores.

1. INTRODUÇÃO

Os sistemas elétricos de potência podem ser definidos como conjunto de equipamentos físicos e elementos de circuitos elétricos conectados, que atuam de modo coordenado com o intuito de gerar, transmitir e distribuir energia elétrica, insumo essencial à sociedade e imprescindíveis ao desenvolvimento socioeconômico dos países (BORGES, 2010).

A indústria de energia elétrica no Brasil tem presenciado consideráveis mudanças ao longo dos últimos anos. A desregulamentação dos sistemas de potência e o crescente aumento de fontes renováveis não despacháveis, como energia eólica e energia solar, acrescenta um grau de complexidade ao desenvolvimento de modelos matemáticos e técnicas de solução para os problemas de despacho econômico e fluxo de potência ótimo [FPO] (ARAÚJO, 2018).

Estes fatores contribuem para a crescente necessidade de métodos, ferramentas e softwares de otimização que sejam rápidos, confiáveis e atendam simultaneamente questões de segurança e de economia em suporte à operação e controle do sistema de potência. Neste contexto, o FPO tem sido um importante método para esse estudo desde a sua introdução por Carpentier em 1962 (ARAÚJO, 2018).

O FPO otimiza uma determinada função objetivo enquanto satisfaz um conjunto de restrições físicas e operacionais, possuindo aplicações em vários problemas de planejamento e operação do sistema, em que as variáveis de controle (ativas, reativas) são ajustadas para minimizar objetivos tais como: custo de geração de potência ativa, perdas no sistema de transmissão, custo de geração de potência reativa, desvio de tensão, maximização de transferência de potência ativa, despacho ótimo de reativos, entre outros. Cada um destes problemas é definido por uma ou mais funções objetivo específicas e por um conjunto de restrições técnicas e operacionais que devem ser respeitadas (FERNANDES, 2004).

Neste trabalho busca-se minimizar a função objetivo que representa os custos de geração de usinas satisfazendo um conjunto de restrições físicas e operacionais do sistema elétrico. A formulação do FPO linear através do método dos pontos interiores é definida como:

- Função Objetivo: Minimizar os custos de geração de usinas térmicas.

$$\text{Min } C(P_g) = P_g^t \cdot Q \cdot P_g + b^t \cdot P_g + co$$

Onde:

P_g : Vetor ($n_g \times 1$) de potência geradas, sendo n_g o número de barras geradoras.

Q : matriz diagonal com coeficientes quadráticos de custo.

b : vetor de coeficientes lineares de custo.

co : custo constante.

- Restrições de igualdade: Equações de balanço de potência ativa, que colocam a premissa de que a potência gerada total deve ser igual à carga:

$$A_g \cdot P_g - P_d = B \cdot \theta$$

Onde:

A_g : matriz de incidência gerador-barra ($n_b \times n_g$).

P_g : vetor das potências geradas.

P_d : vetor ($n_b \times 1$) de cargas nas n_b barras.

B : matriz de fluxo de carga DC ($n_b \times n_b$).

θ : vetor de ângulos das barras (n_b posições).

n_b : número de barras do sistema.

A matriz B é dita singular por possuir determinante nulo e consequentemente não admitir inversa. Desta forma, faz-se necessário a adoção de uma barra de referência e consequentemente sua eliminação no processo de solução do problema de modo que $\theta_{ref} =$

0º. Com isso, a matriz B é reduzida pela retirada da coluna da barra de referência do processo iterativo, passando a se chamar B_{reduzida} ou B_{red} . O novo vetor dos ângulos nas barras θ' passa a ser representado sem a linha correspondente à barra de referência e a nova matriz de incidência A' é representada sem a linha correspondente à barra de referência (Fernandes, 2020).

Desta forma, as equações de balanço de potência ativa, tomam a seguinte forma:

$$A_g \cdot P_g - P_d = B_{\text{red}} \cdot \theta'$$

- Restrições de desigualdade: limites operacionais dos equipamentos. Os limites de geração para cada geradora são:

$$P_{g\min} \leq P_g \leq P_{g\max}$$

Onde:

$P_{g\min}$: vetor dos limites mínimos de geração.

$P_{g\max}$: vetor dos limites máximos de geração.

ou seja,

$$P_{g\min} \leq P_g$$

$$-P_g + P_{g\min} \leq 0$$

$$P_g \leq P_{g\max}$$

$$P_g - P_{g\max} \leq 0$$

O fluxo t nas linhas através do modelo linearizado é obtido através da seguinte expressão:

$$t_{ij} = \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}}$$

$$x_{ij}$$

Onde:

t_{ij} fluxo na linha entre barra i e j .

$\theta_i - \theta_j$: diferença angular entre barras.

x_{ij} : reatância da linha.

Esta expressão pode ser generalizada para todo o sistema por:

$$t = X^{-1} \cdot A^t \theta$$

Onde:

t : vetor ($nl \times 1$) de fluxo nas linhas.

X : matriz diagonal com reatância x_{ij} ($nl \times nl$).

A : matriz de incidência barra-ramo ($nb \times nl$).

θ : vetor de ângulos nas barras.

O fluxo nas linhas é limitado de acordo com:

$$-t_{\max} \leq t \leq t_{\max}$$

Desta forma, temos que:

$$-X^{-1} \cdot A^t \cdot \theta - t_{\max} \leq 0$$

$$X^{-1} \cdot A^t \cdot \theta - t_{\max} \leq 0$$

Onde $t_{\max}$ é o vetor de limites nas linhas.

2. FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO LINEAR

Com a função objetivo, as restrições de igualdade e desigualdade, além das modificações submetidas à matriz B transformando-a em matriz B_{red} , definimos que o problema a ser resolvido é dado por:

$$\min C(P_g) = P_g^t \cdot Q \cdot P_g + b^t \cdot P_g + co$$

$$A_g \cdot P_g - P_d = B_{red} \cdot \theta'$$

$$-P_g + P_{gmin} \leq 0$$

$$P_g - P_{gmax} \leq 0$$

$$-X^{-1} \cdot (A')^t \cdot \theta' - t_{max} \leq 0$$

$$X^{-1} \cdot (A')^t \cdot \theta' - t_{max} \leq 0$$

O sistema acima pode ser resolvido pelo Método Primal-Dual de Pontos Interiores que consiste em transformar as restrições de desigualdade em restrições de igualdade pela incorporação de variáveis de folga, e associar uma função barreira logarítmica à função objetivo. Com isso, pode-se construir uma função Lagrangeana estendida somente com restrições de igualdade e aplicar as condições de otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker [KKT] a esta função. As condições de otimalidade formam um sistema de equações não-lineares, resolvido pelo Método de Newton (ALMEIDA E SALGADO, 1999).

Para se transformar as restrições de desigualdade em igualdade, introduzem-se variáveis de folga ao problema passando assim ser representadas da seguinte forma:

$$-P_g + P_{g_{\min}} + sp_{\min} = 0$$

$$P_g - P_{g_{\max}} + sp_{\max} = 0$$

$$-X^{-1} \cdot (A')^t \cdot \theta' - t_{\max} + st_{\min} = 0$$

$$X^{-1} \cdot (A')^t \cdot \theta' - t_{\max} + st_{\max} = 0$$

As variáveis de folga $st_{\min}$, $st_{\max}$, $sp_{\min}$, $sp_{\max}$ devem ser todas maiores que zero. Além disso, a fim de representar as restrições de não negatividade destas variáveis, o problema é modificado com a introdução de uma barreira logarítmica na função objetivo para penalizá-la quando as variáveis de folga se aproximam da barreira. Assim, o problema é redefinido como:

$$\min C(P_g) = P_g^t Q P_g + b^t P_g + co$$

$$-\mu \sum_{i=1}^{ng} (\ln sp_{\min} + \ln sp_{\max}) - \mu \sum_{i=1}^{ng} (\ln st_{\min} + \ln st_{\max})$$

$$A_g \cdot P_g - P_d = B_{red} \cdot \theta'$$

$$-P_g + P_{g\min} + sp_{\min} = 0$$

$$P_g - P_{g\max} + sp_{\max} = 0$$

$$-X^{-1} \cdot (A')^t \cdot \theta' - t_{\max} + st_{\min} = 0$$

$$X^{-1} \cdot (A')^t \cdot \theta' - t_{\max} + st_{\max} = 0$$

Onde:

$Sp_{\min}$: matriz diagonal das variáveis $sp_{\min}$.

$Sp_{\max}$: matriz diagonal das variáveis $sp_{\max}$.

St_{min} : matriz diagonal das variáveis st_{min} .

St_{max} : matriz diagonal das variáveis st_{max} .

A função Lagrangeana associada a este problema é, portanto:

$$\begin{aligned} L(p_g, \theta, \lambda, \pi) = & P_g^t Q P_g + b^t P_g + co \\ & - \mu \sum_{i=1}^{ng} (\ln sp_{min} + \ln sp_{max}) - \mu \sum_{i=1}^{ng} (\ln st_{min} + \ln st_{max}) \\ & + \lambda(-A_g \cdot P_g + P_d + B_{red} \cdot \theta') \\ & + \pi p_{min}(-P_g + P_{gmin} + sp_{min}) + \pi p_{max}(P_g - P_{gmax} + sp_{max}) \\ & + \pi t_{min}(-X^{-1} \cdot (A')^t \cdot \theta' - t_{max} + st_{min}) + \pi t_{max}(X^{-1} \cdot (A')^t \cdot \theta' - t_{max} + st_{max}) \end{aligned}$$

As variáveis do problema primal são: θ , P_g , st_{min} , st_{max} , sp_{min} , sp_{max} . As variáveis duais são os multiplicadores de Lagrange associados às restrições: λ , πt_{min} , πt_{max} , πp_{min} , πp_{max} . Desta forma, as condições necessárias de otimalidade de primeira ordem para este problema de otimização são:

$$\nabla_{P_g} L = Q \cdot P_g + b - A_g^t \cdot \lambda - \pi p_{\min} + \pi p_{\max} = 0$$

$$\nabla_{\theta} L = (B')^t \cdot \lambda - A' \cdot X^{-1} \cdot \pi t_{\min} + A' \cdot X^{-1} \cdot \pi t_{\max} = 0$$

$$\nabla_{\lambda} L = -A_g \cdot P_g + P_d + B_{\text{red}} \cdot \theta' = 0$$

$$\nabla_{\pi p_{\max}} L = P_g - P_{g_{\max}} + sp_{\max} = 0$$

$$\nabla_{\pi p_{\min}} L = -P_g + P_{g_{\min}} + sp_{\min} = 0$$

$$\nabla_{\pi t_{\max}} L = X^{-1} \cdot (A')^t \cdot \theta' - t_{\max} + st_{\max} = 0$$

$$\nabla_{\pi t_{\min}} L = -X^{-1} \cdot (A')^t \cdot \theta' - t_{\max} + st_{\min} = 0$$

$$\nabla_{sp_{\max}} L = -\mu + sp_{\max} \cdot \pi p_{\max} = 0$$

$$\nabla_{sp_{\min}} L = -\mu + sp_{\min} \cdot \pi p_{\min} = 0$$

$$\nabla_{st_{\max}} L = -\mu + sf_{\max} \cdot \pi f_{\max} = 0$$

$$\nabla_{st_{\min}} L = -\mu + sf_{\min} \cdot \pi f_{\min} = 0$$

Devido ao fato do multiplicador de Lagrange λ estar associado a uma restrição de igualdade, o mesmo não

possui restrição de sinal, ou seja, λ pode assumir valores positivos ou negativos. Já as outras restrições implicam nas seguintes restrições de sinal: $\pi f_{\min} \geq 0$, $\pi f_{\max} \geq 0$, $\pi p_{\min} \geq 0$, $\pi p_{\max} \geq 0$ (ALMEIDA E SALGADO, 1999).

Aplicando o Método de Newton às condições de KKT para resolução do sistema por método iterativo, obtém-se o seguinte sistema de equações linearizadas:

$$H * \Delta x = - \nabla_x L$$

Onde a matriz H é obtida por:

Tabela 1.

Q	0	-Ag^t	Ip	-Ip	0	0	0	0	0	0
0	0	B_{red}^t	0	0	(A')^T X⁻¹	-(A')^T X⁻¹	0	0	0	0
-Ag	B_{red}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Ip	0	0	0	0	0	0	Ip	0	0	0
-Ip	0	0	0	0	0	0	0	Ip	0	0
0	X⁻¹(A')^t	0	0	0	0	0	0	0	It	0
0	-X⁻¹(A')^t	0	0	0	0	0	0	0	0	It
0	0	0	Sp_{max}	0	0	0	Ip_{max}	0	0	0
0	0	0	0	Sp_{min}	0	0	0	Ip_{min}	0	0
0	0	0	0	0	St_{max}	0	0	0	It_{max}	0
0	0	0	0	0	0	St_{min}	0	0	0	It_{min}

Fonte: autor.

Onde:

Ip: Matriz diagonal do vetor ep.

It: Matriz diagonal do vetor et.

ep: Vetor ($n_g \times 1$) unitário

et: Vetor ($n_l \times 1$) unitário.

O vetor Δx e $\nabla_x L$ são dados por:

$$\Delta x = \begin{bmatrix} \Delta p_g \\ \Delta \theta \\ \Delta \lambda \\ \Delta \pi_{p_{\max}} \\ \Delta \pi_{p_{\min}} \\ \Delta \pi_{t_{\max}} \\ \Delta \pi_{t_{\min}} \\ \Delta s_{p_{\max}} \\ \Delta s_{p_{\min}} \\ \Delta s_{t_{\max}} \\ \Delta s_{t_{\min}} \end{bmatrix} \quad \nabla_x L = \begin{bmatrix} \nabla_{p_g} L \\ \nabla_{\theta} L \\ \nabla_{\lambda} L \\ \nabla_{\pi_{p_{\max}}} L \\ \nabla_{\pi_{p_{\min}}} L \\ \nabla_{\pi_{t_{\max}}} L \\ \nabla_{\pi_{t_{\min}}} L \\ \nabla_{s_{p_{\max}}} L \\ \nabla_{s_{p_{\min}}} L \\ \nabla_{s_{t_{\max}}} L \\ \nabla_{s_{t_{\min}}} L \end{bmatrix}$$

Para cada iteração resolve-se o sistema linear:

$$\Delta x = -H^{-1} * \nabla_x L$$

Para atualizar os valores de x^k e μ , a cada iteração o sistema linear do item anterior é resolvido, sendo a próxima etapa a determinação do comprimento do passo nos espaços primal e dual, de modo que:

- As variáveis de folga $s_{p_{\max}}, s_{p_{\min}}, s_{t_{\max}}, s_{t_{\min}}$, sejam maiores que 0.
- Os multiplicadores de Lagrange $\pi_{p_{\max}}, \pi_{p_{\min}}, \pi_{t_{\max}}, \pi_{t_{\min}}$, sejam menores que 0.

$$\alpha_p = \min \{ \min_{\Delta s_i < 0} (-s_i / \Delta s_i), 1 \}$$

$$\alpha_d = \min \{ \min_{\Delta \pi_i < 0} (-\pi_i / \Delta \pi_i), 1 \}$$

Onde:

s: Vetor formado por $s_{p_{\min}}, s_{p_{\max}}, s_{f_{\min}}, s_{f_{\max}}$.

π : Vetor formado por $\pi_{p_{\min}}, \pi_{p_{\max}}, \pi_{f_{\min}}, \pi_{f_{\max}}$.

Após o cálculo dos passos primal e dual, a nova aproximação para a solução ótima pode ser

$$x_p^{k+1} = x_p^k + \sigma \alpha_p \cdot \Delta x_p^k$$

$$x_d^{k+1} = x_d^k + \sigma \alpha_d \cdot \Delta x_d^k$$

obtida pelas equações:

onde σ é uma constante de valor 0,9995 que tem por finalidade garantir a interioridade da nova estimativa de solução.

O último passo dentro de cada iteração é recalcular o valor do parâmetro de barreira, que é

$$\mu = \frac{s^t \cdot \pi}{2 \cdot n_t \cdot \beta}$$

baseado no decréscimo do gap de dualidade:

Onde:

n_t é o número de variáveis primais mais duais,

β é o fator de aceleração ($\beta \geq 1$)

Para começar o processo de iteração, é necessário definir os valores iniciais das variáveis do problema de modo que satisfaçam as restrições impostas, isto é, estejam dentro da região viável do problema, conforme as seguintes equações:

$$\theta^0 = 1 \quad \mu^0 = 1 \quad \lambda^0 = 1$$

$$P_g^0 = \frac{P_{g_{\max}} + P_{g_{\min}}}{2}$$

$$sp_{\min}^0 = P_g^0 - P_{g_{\min}}$$

$$sp_{\max}^0 = P_{g_{\max}} - P_g^0$$

$$st_{\min}^0 = t_{\max}$$

$$st_{\max}^0 = t_{\max}$$

$$\pi p_{\min}^0 = \mu^0 \cdot (sp_{\min}^0)^{-1} \cdot ep$$

$$\pi p_{\max}^0 = \mu^0 \cdot (sp_{\max}^0)^{-1} \cdot ep$$

$$\pi f_{\min}^0 = \mu^0 \cdot (sf_{\min}^0)^{-1} \cdot ef$$

$$\pi f_{\max}^0 = \mu^0 \cdot (sf_{\max}^0)^{-1} \cdot ef$$

A solução do problema é encontrada quando as equações que representam as condições de otimalidade são

satisfeitas e o gap de dualidade ou parâmetro de barreira é nulo. Portanto, os critérios de convergência são:

$$\mu \leq \varepsilon_{\mu}$$

$$\max \|\nabla L\|_{\infty} \leq \varepsilon_L$$

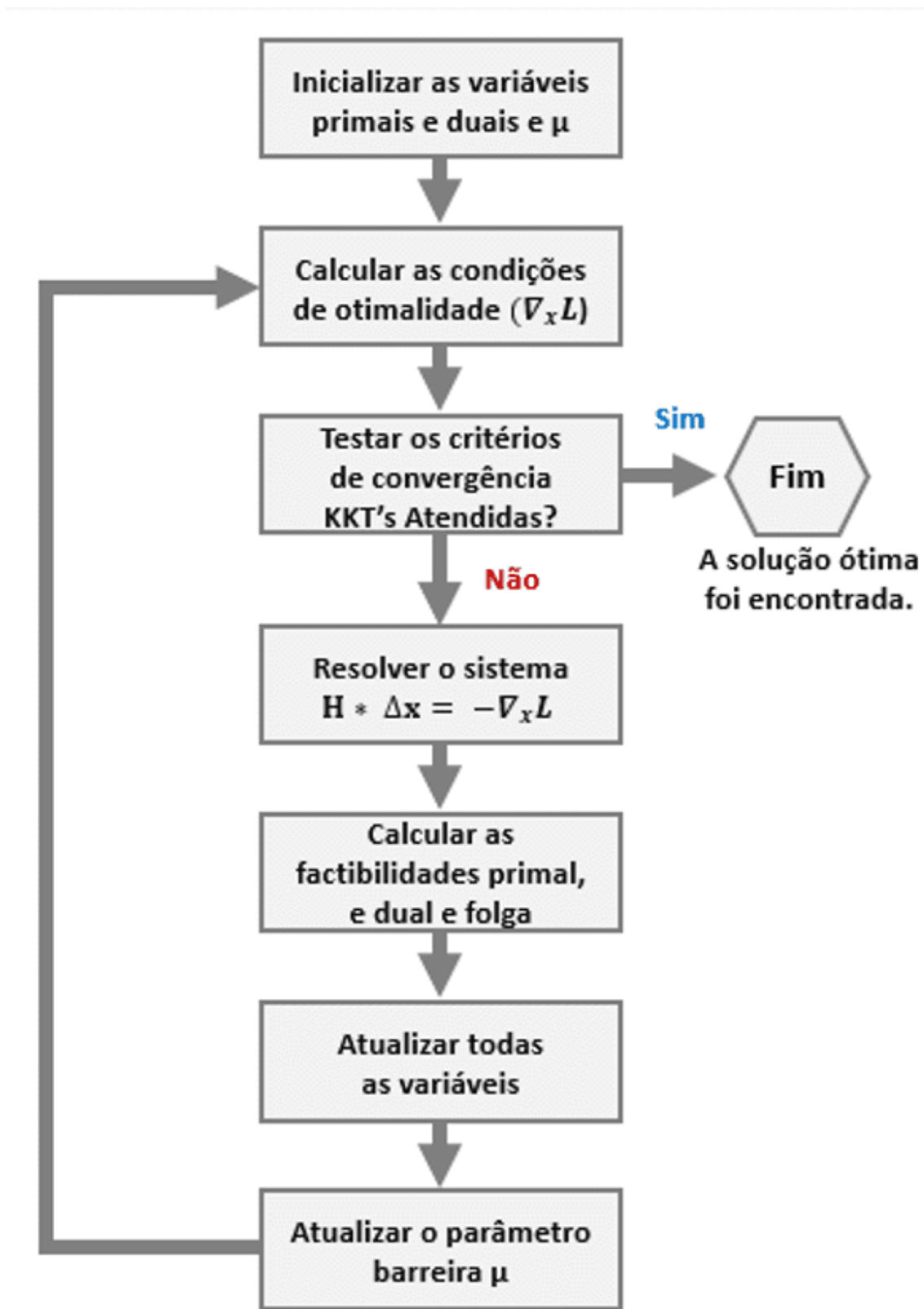
Onde:

ε_L e ε_{μ} : Tolerâncias para o teste de convergência das iterações.

$\|\nabla L\|_{\infty}$: Norma infinita do gradiente da função Lagrangeana.

O fluxograma apresentado na Figura 01 representa a lógica do algoritmo para determinação do Fluxo de Potência Ótimo Linear através do Método de Iteração dos Pontos Interiores Primal-Dual. O código do programa computacional implementado pode ser visualizado a seguir.

Figura 01: Fluxograma Método Pontos Interiores Primal Dual.




```
%=====LEITURA DOS DADOS DE ENTRADA=====

[NCOMPONENTES,NCOL]=size(DADOS_LINHA); % N° de componentes – Linhas de transmissão
NBARRAS=max([DADOS_LINHA(:,1)' DADOS_LINHA(:,2)']); % Número total de barras
for i=1:NCOMPONENTES
    DE(i)=DADOS_LINHA(i,1); % Barra origem
    PARA(i)=DADOS_LINHA(i,2); % Barra destino
    X(i)=DADOS_LINHA(i,3); % Reatância
    B(i)=1/X(i); % Susceptância
end
for i=1:NBARRAS
    PINJ(i)=DADOS_BARRAS(i,2); % Potência ativa injetada
    TETA(i)=DADOS_BARRAS(i,3); % Ângulos de potência
end

%=====MONTAGEM DA MATRIZ B_LINHA E BRED=====

B_LINHA=zeros(NBARRAS,NBARRAS);
for i=1:NCOMPONENTES
    K=DE(i);
    M=PARA(i);
    B_LINHA(K,K)=B_LINHA(K,K)+B(i); % Termo da diagonal
    B_LINHA(M,M)=B_LINHA(M,M)+B(i); % Termo da diagonal
    B_LINHA(K,M)=B_LINHA(K,M)-B(i); % Termos fora da diagonal
    B_LINHA(M,K)=B_LINHA(M,K)-B(i); % Termos fora da diagonal
end
B_RED = B_LINHA(:,2:14); % Bred é a B Reduzida, onde é desconsiderado a 1ª linha e coluna, logo ",2:14"
```

```
%=====EQUAÇÕES DE IGUALDADE=====

Aeq=[B_RED (-Ag)];
beq=[-PL(:,1)];

%=====LIMITES INFERIORES E SUPERIORES DAS VARIÁVEIS=====

theta_UP = 100.*ones(13,1); theta_DOWN = -100*ones(13,1); % limite thetas=0
P_Up = [3; 3.5]; P_Down(:,1) = [0; 0];
LB = [theta_DOWN; P_Down(:,1)]; %Lower bounds Vector
UB = [theta_UP; P_Up]; %Upper bounds vector

%=====OTIMIZAÇÃO=====

[X,FVAL,EXITFLAG,OUTPUT,LAMBDA] =fmincon(@objfun,X0,[],[],Aeq,beq,LB,UB);
jx = 0.
for i = 1:13
jx = jx + 1;      theta1(i,1)= X(jx,1);
end

for i =1:2
jx = jx + 1;      pg(i,1) = X(jx,1);
end

theta (1,1) = 0.0;
jx = 1;
for i = 1:13
theta(jx+i,1) = theta1(i,1);
end
```

```

LambdaEQ = LAMBDA.eqlin;
jx = 0;
for i = 1:14
jx = jx + 1;      Lambda(i,1) = LambdaEQ(jx)/100;
end

%=====FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO LINEARIZADO=====

B_REF=REFERENCIA;          % Barra referência do sistema
B_LINHA(B_REF,B_REF)=(10^50); %Retirada da equação referente a barra de referência do sistema
TETA=(inv(B_LINHA))*(PINJ);

    for i=1:NCOMPONENTES % Cálculo do fluxo de potência
        K=DE(i);
        M=PARA(i);
        FLUXO(i)= (B(i)*(TETA(K)-TETA(M)));
    end
  
```

```
%=====VARIÁVEIS DE SAÍDA=====

theta_rad = theta;
theta_graus = ((180/pi).*theta);
P=[pg(1,:);pg(2,:)]; %Vetor com valores das potências geradas pelas unidades em pu
CPG1=(8*(100*P(1,1))+8.6*(100*P(1,1))^2); %Custo de produção unidade de geração 1
CPG2=(4*(100*P(2,1))+10.5*(100*P(2,1))^2); %Custo de produção unidade de geração 2
CIPG1=(8+17.2*(100*P(1,1))); %Custo incremental unidade de geração 1
CIPG2=(4+21*(100*P(2,1))); %Custo incremental unidade de geração 2

%=====DISPLAY=====

disp([100*P(1,1), P(1,1), 100*P(2,1), P(2,1)]);      % Pg1(MW)  Pg1(pu)  Pg2(MW)  Pg2(pu)
disp([CPG1,CPG2]);                                  % Custo Total Usina 01  Custo Total Usina 02
disp([CIPG1,CIPG2]);                                % Custo Incremental Usina 01  Custo Incremental Usina 02
disp([Lambda]);                                     % Lambda - Custo Marginal
disp([theta_rad]);                                  % Ângulo de Fase em Radianos: Por Fmincon
disp([TETA]);                                       % Ângulo de Fase em Radianos: Por Fluxo de Potência Linear
disp([FLUXO]);                                     % Fluxo de Potência Ativa em pu

%=====FUNÇÃO OBJETIVO=====

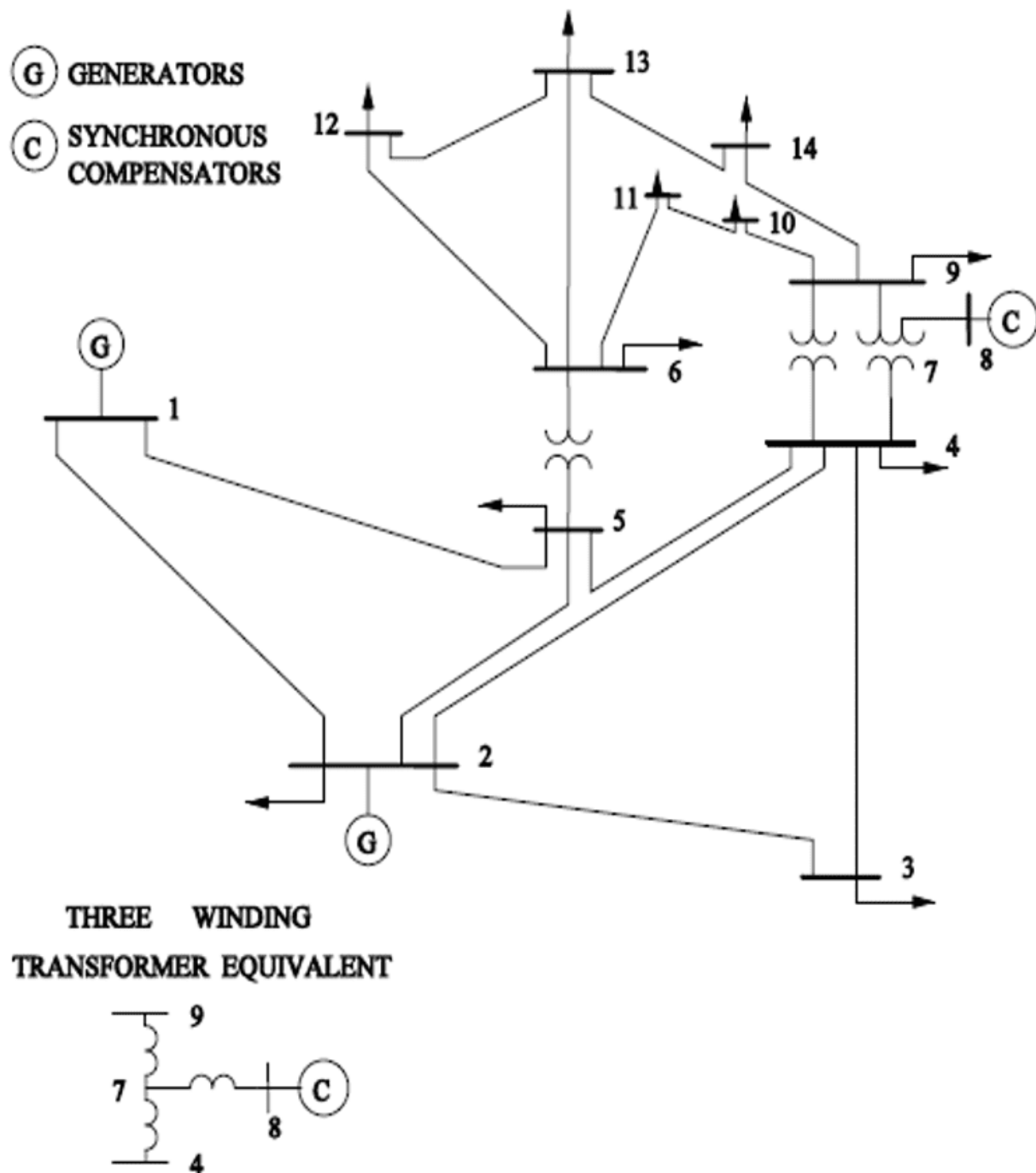
function f = objfun(X,co,b,Q);
co=[ ]; % coeficientes constante de custo da função objetivo.
b=[ ]; % coeficientes lineares de custo da função objetivo.
Q= zeros(16,16); coeficientes quadráticos de custo da função objetivo.
Q(15,15)= ();
Q(16,16)= ();
f = (ones(1,16)*co)+(b'*X) + (0.5*X'*Q*X);
end

%=====
```

3. SISTEMA ELÉTRICO PROPOSTO

Para verificação e resolução do Fluxo de Potência Ótimo Linearizado por meio do Método de Pontos Interiores Primal-Dual, foi implementado um programa computacional em linguagem MATLAB® que minimiza os custos de produção. O algoritmo foi então executado em um sistema teste do IEEE de 14 barras amplamente utilizado pela comunidade acadêmica para testes e validação de programas. A Figura 02 ilustra o esquema elétrico do sistema.

Figura 02: Sistema Elétrico de 14 barras do IEEE.



Fonte: (IEEE, 2020)

Os dados das linhas e das barras do sistema teste IEEE de 14 barras são apresentados nas Tabelas 01 e 02. Os parâmetros estão normalizados em pu por uma potência base de 100

MVA. A referência escolhida para este sistema foi a barra 1 e por isso seu ângulo de fase é zero, isto é, $\theta_1 = 0^\circ$.

Tabela 01 – Dados das linhas do sistema de 14 barras.

Da Barra K	Para Barra M	Reatância (X)	Fluxo Máximo (tmax)
1	2	0,0592	16,9005
1	5	0,2230	4,4835
2	3	0,1980	5,0513
2	4	0,1763	5,6715
2	5	0,1739	5,7511
3	4	0,1710	5,8469
4	5	0,0421	23,7473
4	7	0,2091	4,7819
4	9	0,5562	1,7980
5	6	0,2520	3,9679
6	11	0,1989	5,0277
6	12	0,2558	3,9092
6	13	0,1303	7,6764
7	8	0,1762	5,6770
7	9	0,1100	9,0901
9	10	0,0845	11,8343
9	14	0,2704	3,6985
10	11	0,1921	5,2064
12	13	0,1999	5,0030
13	14	0,3480	2,8734

Fonte: (IEEE, 2020) e (FERNANDES, 2020).

Tabela 02 – Dados das barras do sistema de 14 barras.

Barra	Geração Mínima (pu)	Geração Máximo (pu)	Carga (pu)
1	0	3,0	0
2	0	3,5	0,1700
3	0	-	0,4200
4	0	-	0,7800
5	0	-	0
6	0	-	0,1200
7	0	-	0
8	0	-	0
9	0	-	0,9500
10	0	-	0
11	0	-	0,0500
12	0	-	0
13	0	-	0,3500
14	0	-	0,4900

Fonte: (IEEE, 2020) e (FERNANDES, 2020).

As funções custo das unidades geradoras conectadas às barras 01 e 02 são apresentadas na Tabela 03.

Tabela 03: Custos de geração e capacidades de geração.

Usina	Custo [\$/h]	Capacidade [MW]
1	$C_1(Pg_1) = 8 Pg_1 + 8,6 Pg_1^2$	$0 \leq Pg_1 \leq 300$
2	$C_2(Pg_2) = 4 Pg_2 + 10,5 Pg_2^2$	$0 \leq Pg_2 \leq 350$

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Avaliando as equações da função custo da Tabela 03, é possível fazer uma pré-análise do sistema. Ao aplicar o mesmo valor de geração para ambas usinas, é possível verificar aquela que possui o maior custo de geração. Desta forma, os custos para geração de 100 MW pelas usinas 01 e 02 são apresentados na Tabela 04.

Tabela 04: Pré-análise dos custos das usinas térmicas.

Usina	Pg [MW]	Custo [\$/h]
1	100	\$ 86.800,00
2	100	\$ 105.400,00

Da Tabela 04 conclui-se que a usina 02 possui custo de geração mais elevado que a usina 01 e por consequência, é esperado que a usina 01 despache mais energia que a usina 02. Desta forma, respeitando os limites operacionais de geração e considerando uma demanda de 333 MW ou 3,33 pu, é previsto que a unidade 01 despache sua capacidade máxima de 300 MW ou 3 pu e a unidade 02 o saldo remanescente para suprir a carga, isto é, 33 MW ou 0,33 pu. Para confirmar essa pré-análise, o algoritmo foi executado para a condição onde a função objetivo minimiza os custos de produção. Os resultados são apresentados na Figura 03.

Figura 03: Resolução do despacho de geração das usinas.

Pg1 (MW)	Pg1 (pu)	Pg2 (MW)	Pg2 (pu)
300.0000	3.0000	33.0000	0.3300

Fonte: Autor – Matlab®.

Conforme esperado, a usina 01 por possuir o menor custo de produção despachou a maior quantia de potência, 300 MW, isto é, sua capacidade máxima de geração. Já a usina 02 despachou o saldo remanescente para atender a carga que era de 333 MW, logo, foram necessários 33 MW. Os custos totais, marginais e incrementais em unidades monetárias (\$) são apresentados na Figura 04.

Figura 04: Custos de geração das usinas.

Custo Total Usina 01	Custo Total Usina 02
1.0e+05 *	
7.7640	0.1157
Custo Incremental Usina 01	Custo Incremental Usina 02
1.0e+03 *	
5.1680	0.6970
Lambda - Custo Marginal	
0.1084	

Fonte: Autor – Matlab®.

Conforme apresentado na Figura 04, o custo total de geração da usina 01 é de \$ 776.400,00 e da usina 02, \$ 11.567,00. Já o custo incremental da usina 01 é de 5.168,00 \$/h e da usina

02, 697,00 \$/h. O custo marginal de operação é de 0,1084 \$/MWh. O ângulo de fase de cada barra e o fluxo de potência em cada linha são apresentados na Figura 05.

Figura 05: Solução do Fluxo de Potência Ótimo Linearizado.

Ângulo de Fase em Radianos	Fluxo de Potência Ativa em pu
0	1.9636
-0.1162	1.0364
-0.2360	0.6048
-0.2676	0.8584
-0.2311	0.6605
-0.4404	0.1848
-0.4177	-0.8664
-0.4177	0.7178
-0.4966	0.4118
-0.4884	0.8304
-0.4697	0.1474
-0.4724	0.1252
-0.4974	0.4378
-0.5715	-0.0000
-0.5715	0.7178
	-0.0974
	0.2770
	-0.0974
	0.1252
	0.2130

Fonte: Autor - Matlab®.

Com o objetivo de verificar a convergência do programa computacional, o sistema teste 14

barras do IEEE foi igualmente executado no Software FLUPOT da Cepel. A comparação das duas soluções para o fluxo de potência ativa que flui na rede elétrica é apresentada na Tabela 05. Conforme pode ser visualizado, o programa computacional convergiu, apresentando os mesmos valores de fluxos de potência em relação à solução obtida pelo software FLUPOT da Cepel. Por fim, na Tabela 06 verifica-se que os fluxos estão dentro dos limites de capacidade das linhas.

Tabela 05: Conferência do fluxo de potência frente ao FLUPOT.

Fluxos	Programa Computacional	FLUPOT Cepel	Fluxo $\approx$ Fluxo	
			PC	FLUPOT
P_{12}	1.9636	1.9636	VERDADEIRO	
P_{15}	1.0364	1.0364	VERDADEIRO	
P_{23}	0.6048	0.6048	VERDADEIRO	
P_{24}	0.8584	0.8584	VERDADEIRO	
P_{25}	0.6605	0.6605	VERDADEIRO	
P_{34}	0.1848	0.1848	VERDADEIRO	
P_{45}	-0.8664	-0.8664	VERDADEIRO	
P_{47}	0.7178	0.7178	VERDADEIRO	
P_{49}	0.4118	0.4118	VERDADEIRO	
P_{56}	0.8304	0.8304	VERDADEIRO	
$P_{6.11}$	0.1474	0.1474	VERDADEIRO	
$P_{6.12}$	0.1252	0.1252	VERDADEIRO	
$P_{6.13}$	0.4378	0.4378	VERDADEIRO	
P_{78}	-0.0000	-0.0000	VERDADEIRO	
P_{79}	0.7178	0.7178	VERDADEIRO	
$P_{9.10}$	-0.0974	-0.0974	VERDADEIRO	
$P_{9.14}$	0.2770	0.2770	VERDADEIRO	
$P_{10.11}$	-0.0974	-0.0974	VERDADEIRO	
$P_{12.13}$	0.1252	0.1252	VERDADEIRO	
$P_{13.14}$	0.2130	0.2130	VERDADEIRO	

Fonte: Autor - Matlab® - Flupot®.

Tabela 06: Conferência das capacidades de fluxo nas linhas.

Fluxos	Fluxo de Potência (pu)	Fluxo Máximo (tmax)	Fluxo < Fluxo PC MAX
P₁₂	1.9636	16.9005	VERDADEIRO
P₁₅	1.0364	4.4835	VERDADEIRO
P₂₃	0.6048	5.0513	VERDADEIRO
P₂₄	0.8584	5.6715	VERDADEIRO
P₂₅	0.6605	5.7511	VERDADEIRO
P₃₄	0.1848	5.8469	VERDADEIRO
P₄₅	-0.8664	23.7473	VERDADEIRO
P₄₇	0.7178	4.7819	VERDADEIRO
P₄₉	0.4118	1.798	VERDADEIRO
P₅₆	0.8304	3.9679	VERDADEIRO
P_{6.11}	0.1474	5.0277	VERDADEIRO
P_{6.12}	0.1252	3.9092	VERDADEIRO
P_{6.13}	0.4378	7.6764	VERDADEIRO
P₇₈	-0.0000	5.677	VERDADEIRO
P₇₉	0.7178	9.0901	VERDADEIRO
P_{9.10}	-0.0974	11.8343	VERDADEIRO
P_{9.14}	0.2770	3.6985	VERDADEIRO
P_{10.11}	-0.0974	5.2064	VERDADEIRO
P_{12.13}	0.1252	5.003	VERDADEIRO
P_{13.14}	0.2130	2.8734	VERDADEIRO

Fonte: Autor.

5. CONCLUSÕES

Este trabalho propôs um programa computacional desenvolvido em ambiente MATLAB® que possibilita a solução do Fluxo de Potência Ótimo Linear através do Método Primal-Dual de Pontos Interiores, comumente utilizado para solucionar problemas de otimização devido sua eficiência e garantia de convergência com esforço computacional razoável, de modo a encontrar um estado operativo de uma rede elétrica em regime permanente, otimizando a geração de cada usina térmica e os fluxos de potência nas linhas por meio da minimização dos custos totais de geração.

O programa computacional foi executado através da utilização de um sistema teste de 14 barras do IEEE, amplamente utilizado no planejamento, operação e na análise de sistemas elétricos de potência, de modo que foi determinado os valores de gerações de cada usina, seus custos totais, marginais e incrementais, além dos ângulos de fase e fluxo de potência ótimo que flui pelas linhas da rede.

Conforme era esperado, a usina 01 despachou sua capacidade máxima de 300MW/3pu por possuir o menor custo de geração. Já a usina 02 despachou o saldo remanescente de 33MW/0,33pu para atender a carga de 333MW/3,33pu em sua integralidade. Com esses valores de geração, os custos totais de produção das usinas 01 e 02 são \$ 776.400,00 e \$ 11.567,00, respectivamente. Já o custo incremental da usina 01 é de 5.168,00 \$/h e da usina 02, 697,00 \$/h. O custo marginal de operação é de 0,1084 \$/MWh. Os valores das potências ativas que fluem pela rede elétrica foram igualmente determinados e para verificar a convergência do programa computacional, o resultado foi confrontado com a solução obtida pelo software FLUPOT da Cepel, onde foi obtido 100% de igualdade entre as soluções.

Desta forma, os resultados obtidos com as simulações realizadas através da utilização do sistema teste IEEE14 mostram a eficiência do programa computacional frente a metodologia proposta para resolução do Fluxo Potência Ótimo Linear através do Método Primal-Dual de Pontos Interiores, promovendo a minimização dos custos totais de produção de energia elétrica e contribuindo para uma utilização eficiente dos recursos energéticos. Como

proposta de trabalhos futuros, o programa pode ser expandido para uma abordagem Não Linear do Fluxo de Potência Ótimo por meio do Método Primal-Dual de Pontos Interiores ou métodos heurísticos com devidas análises e comparações das soluções.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, K.C.; SALGADO, R.S. Apostila Técnicas de Otimização Aplicadas à Engenharia. Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 1999.

ARAUJO, E. Fluxo de potência ótimo em sistemas elétricos de potência através de um algoritmo genético multiobjetivo. Tese de Doutorado, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, SP, 2018.

BAPTISTA, C.; BELATI, E.; COSTA, G. Um Método Primal-Dual Aplicado na Resolução do Problema de Fluxo De Potência Ótimo. Revista Brasileira de Pesquisa Operacional, vol. 24 nº 2, Rio de Janeiro, RJ, 2004.

BUENO, B.; MARQUES, J.; SILVA, M. Estudo Comparativo dos Métodos de Despacho Econômico, Fluxo de Potência Ótimo Linear e Não-Linear. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, PR, 2016.

COSTA, R. M. O Método Dual-Newton Aplicado ao Fluxo de Carga Ótimo. Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1990.

ELGERD, O., I. Introdução à Teoria de Sistemas de Energia Elétrica. Editora McGraw-Hill, São Paulo, 1981.

FERNANDES, T. S. P. Um Modelo de Despacho Ótimo de Potência ara Sistemas Multiusuários. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2004.

FERNANDES, T. S. P. Técnicas de Otimização Aplicadas à Operação de Sistemas Elétricos de Potência. Notas de aula, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, 2020.

IEEE. Sistema Teste de 14 Barras IEEE. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/>. Acesso em 30/09/2020.

SOUZA, M. A. D. S. Investigação e aplicação de métodos primal-dual pontos interiores em problemas de despacho econômico e ambiental. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista, São Paulo, SP, 2010.

^[1] Mestrando em Sistemas de Energia pela Universidade Federal do Paraná (UFPR). MBA em Gestão de Projetos pela Universidade de São Paulo (USP). Graduação em Engenharia Elétrica pela Universidade Federal de Uberlândia (UFU).

Enviado: Fevereiro, 2021.

Aprovado: Abril, 2021.