APROXIMAÇÕES PARA ENÉSIMO NÚMERO PRIMO

ARTIGO ORIGINAL

OLIVEIRA, Miguel Araújo [1]

OLIVEIRA, Miguel Araújo. **Aproximações para Enésimo Número Primo.** Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Ano 05, Ed. 12, Vol. 06, pp. 64-72. Dezembro de 2020. ISSN: 2448-0959, Link de acesso: https://www.nucleodoconhecimento.com.br/matematica/enesimo-numero

RESUMO

Este artigo tem como principal objetivo apresentar uma fórmula algorítmica para calcular o enésimo número primo. Tal fórmula é essencial para partirmos do estado inicial para algum algoritmo mais desenvolvido no futuro. Grandes matemáticos deixaram suas pequenas e grandes descobertas, algumas podendo servir de suporte para a fórmula que será apresentada neste material. Futuramente, esse material pode ser usado para o progresso nos estudos relacionados à teoria dos números podendo enfim, concluirmos uma fórmula fechada para o termo primo geral. Cada contribuição é importante. Logo, todos os pequenos avanços nos fazem chegar mais próximos daquilo que realmente queremos alcançar. Dada a fórmula presente neste artigo, é de suma importância o total compreendimento para que futuros matemáticos possam tomar como inspiração do desenvolvimento possivelmente precoce após essa descoberta. Atribuído de todo o conhecimento sobre a definição de números primos, esse trabalho apresentará uma demonstração da fórmula podendo facilmente ser interpretada pelo leitor.

Palavras-Chave: Fórmula, enésimo termo, número primo.

[1] Estudante de Licenciatura em Matemática no Centro Universitário Leonardo da Vinci, Técnico em Auxiliar administrativo pelo Instituto Federal do Pará. Vínculo com Centro Universitário Leonardo da Vinci.

INTRODUÇÃO

As sequências possuem padrões definidos. Alguns padrões são difíceis de encontrar, como por exemplo: 2, 8,666…, 10,888…, 11,6296296296…, 11,8765432099…, e assim por diante. O segredo por trás dessa sequência é:

$$\frac{a1}{3} + 8$$

onde a1 é o primeiro termo da sequência.

⅔+8 = 8,666... , 8,666.../3+8 = 10,888… e assim por diante.

A sequência dos números naturais obedece uma regra simples. (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, …). Observe que essa sequência aumenta de 1 em 1 conforme prossegue.

$$a1 + 1$$

Veja que a equação nesse dois exemplos funciona para todos os termos da sequência se porventura funcionar para o primeiro. Verificando que a sequência é (1,2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, …) vemos que, a1 = 1, logo 1 + 1 = 2. Considerando 2 como a1, temos 2 + 1 = 3, e assim por diante. Nesses casos é muito simples definirmos o modelo que rege a sequência. Mas, se tratando de números primos o segredo é quase impossível de ser desvendado.

APROXIMAÇÕES PARA SEQUÊNCIAS SIMPLES

A sequência dos números pares e ímpares é bem interessante, pois as duas consiste na soma de 2 números em relação aos 2 primeiros. Assim como visto no exemplo anterior, podemos modificar o modo com que encontramos os valores da sequência. Exemplo:

Os números pares; (0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, …), observe que a regra por trás dessa sequência é:

$$a1 + 2$$

pois, se a1 for 0, então 0 + 2 = 2, dado um novo a1 = 2, temos 2 + 2 = 4, e assim por diante. Mas, observe que temos outra forma para determinar os elementos dessa sequência:

$$a1 + 59/30$$

dessa forma, usando as regras de arredondamento, podemos determinar os valores pares da sequência.

a1 + 51/30 com a1 = 0, temos 0 + 59/30 = 1,9666…, arredondando 1,9666… para inteiro, temos 2. Dado a1 = 2, temos 2 + 59/30 = 3,9666…, arredondando 3,9666… para inteiro, temos 4. Esse algorítmico serve para definir qualquer sucessor par, como por exemplo o número par depois de 12563456. Dado a1 = 12563456, temos 12563456 + 59/30 = 12563457,9666…, arredondando 12563457,9666… para inteiro, temos 12563458.

TERMO GERAL DE UMA PROGRESSÃO ARITMÉTICA

Com base no que já foi apresentado até aqui, podemos também determinar o enésimo termo de uma sequência. Dada a sequência dos números pares a seguir:

0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...

sabemos que o primeiro termo dessa sequência é 0, o segundo termo é 2, o terceiro termo é 4, o quarto termo é 6, e assim por diante. Mas, qual a regra por trás disso? Como podemos saber qual o quadragésimo oitavo termo dessa sequência sem ficar somando de 2 em 2 até chegarmos na resposta?

$$2n$$

onde n é a posição do termo que queremos encontrar, nesse caso o 48° é n = 48, então 2 x 48 = 96, então 96 é quadragésimo oitavo termo da sequência dos números pares.

Por conseguinte, as sequências cuja possuem uma razão ≠ 2, temos a seguinte fórmula criada por Carl Friedrich Gauss (1777-1885).

$$an = a1 + (n - 1) * r$$

onde an é termo geral a ser descoberto, a1 é o primeiro termo da sequência, n é a posição do termo geral e r a ordem de distribuição da sequência conhecida com razão. Vamos a um exemplo:

Dada a sequência (0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, …), sabemos que o primeiro termo é 0, o segundo termo é 3, o terceiro termo é 6 e logo percebemos que a ordem de distribuição é de 3 em 3, sabendo esses dados qual seria o milésimo sexto termo dessa sequência?

an = a1 + (n - 1) . r

an = 0 + (1006 - 1) . 3

an = 0 + (1005) . 3

an = 0 + 3015

an = 3015

Concluímos que, 3015 é o 1006° termo dessa sequência. No entanto, há sequências praticamente impossíveis de determinarmos sua razão, tornando muito difícil encontrar seu termo geral ou enésimo valor. Como exemplo temos a sequência dos números primos.

NÚMEROS PRIMOS

Os números primos são os átomos da Matemática, quando um número não é primo ele é composto por primos. Há casos quando um número não é nem primo e nem composto, como é caso dos números binários. Toda essa relação tem uma sintonia fina matemática por trás da aura do Universo. Cabe aos matemáticos descobrirem o que regem tais leis e determinar suas regras para fins evolutivos em espécie. Sabemos que os números primos estão aí, mas o que não sabemos é qual fórmula gera números primos. O principal intuito desse artigo é apresentar um algorítmico formular que consiste no encontro do termo geral primo.

Observando a sequência a seguir, vemos a beleza como que esses números se comportam:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, ...

observe que, é praticamente impossível descobrir sua ordem de propagação. Veja que a razão entre os dois primeiros termos é 1, já a razão entre o quarto e quinto é 4. É evidente que a razão é particular em cada um dos casos, logo não podemos usar a fórmula de Gauss para determinar o termo geral dessa sequência.

ENÉSIMO TERMO PRIMO

A fórmula aproximada para a sequência dos números primos que será apresentada agora, é relativa ao modelo usado na “aproximação para sequências simples”. No entanto temos

$$w = \{k - [k^{0,6348}] + \sqrt{5}\}$$

$$\text{onde } k = \{[(n-1)\pi + 2\left(\sqrt[5]{n^6}\right) - \sqrt{0,3}[(n-1)\pi + 2]]\}.$$

Chamaremos "piso de w" a parte inteira de w, usando o símbolo $\mathcal{P}$. Portanto, o termo geral da sequência de números primos fica assim

$$an = \mathcal{P}(w)\pi^{0,9595}/3$$

sabendo que o arredondamento de $\mathcal{P}$(w) é par, o enésimo primo será o arredondamento de $\mathcal{P}$(w), mais 1.

Veja este exemplo para n = 8:

$$k = \{[(8-1)\pi + 2(\sqrt[5]{8^6}) - \sqrt{0,3}[(8-1)\pi + 2]]\} \Rightarrow \text{k} = 33{,}1021203842...$$

w = { 33,1021203842... - [33,1021203842^√0,6348] + √5 } ⇨ w = 19,0851318565

an = 19π^0,9595.../ 3 ⇨ 18,9953652647

an = 18,9953652647 arredondando para inteiro, temos an = 19.

Lembre-se que, relacionado a sequência de números pares, estamos bem próximos de descobrirmos um padrão para a sequência dos primos. Às vezes o valor de an não é tão próximo do valor, às vezes, conseguimos gerar primos de outras casas e por vezes a sua parte inteira é o primo em si. O mais lindo nisso tudo é que com essa visão podemos futuramente desvendar a fórmula fechada para números primos. Dentre alguns dos exemplos que pode acontecer com o valor de an citado temos um exemplo simples. Usando essa fórmula de aproximação para sequências, vamos calcular o quinto e milésimo número primo. Assim, temos

n = 5

$$k = \{[(5-1)\pi + 2(\sqrt[5]{5^6}) - \sqrt{0,3}[(5-1)\pi + 2]]\} \Rightarrow \text{k} = 18{,}3853374625...$$

w = { 18,3853374625... - [18,3853374625^√0,6348] + √5 } ⇨ w = 10,4481635634...

an = 10π^0,9595.../ 3 ⇨ 9,9975606656 arredondando para inteiro temos an = 10. Lembre-se que, se arredondamento de $\mathcal{P}$(w) for par, então o valor de an=10+1. Logo, concluímos nesse exemplo que, o quinto número primo é 11.

Para n = 1000 usamos o mesmo processo com as mesmas regras e corolários. No entanto, é de suma importância fazermos os cálculos detalhadamente para não concluirmos o valor do n ésimo primo errado quando se trata de termos gerais grandes como vamos verificar no próximo:

n = 1000

$k = \{[(1000-1)\pi + 2(\sqrt[5]{1000^6}) - \sqrt{0{,}3}[(1000-1)\pi + 2]]\}$ ⇨ k = 9380,4985851904...

w = { 9380,4985851904... - [9380,4985851904^√0,6348] + √5 } ⇨ w = 7921,0803361367...

an = 7921π0,9595.../3 ⇨ 7919,0678032296 arredondando para inteiro, temos an = 7919.

METODOLOGIA

Usa-se o maior número de dados possíveis para podermos definir um padrão. No entanto, o padrão real é quase que impossível. Porém, com pesquisas e com muito esforço conseguimos chegar ainda mais perto no que desejamos.

Verificamos que existem diversas fórmulas que nos mostram a aproximação para números primos. Todas elas em algum dia serão realmente úteis. Dentre estas fórmulas, temos

1. FÓRMULA DE APROXIMAÇÃO PARA ENÉSIMO PRIMO ASSÍNTOTA.

$$p_n = \left\lfloor 1 - \frac{1}{\log 2} \log \left(-\frac{1}{2} + \sum_{d \mid P_{n-1}} \frac{\mu(d)}{2^d - 1} \right) \right\rfloor ,$$

Fonte: http://www.mat.puc-rio.br/~nicolau/papers/mersenne/node18.html.

Entendendo e absorvendo a aura de todas essas fórmulas, podemos criar uma nova, ainda mais próxima, para desvendar esse mistério. Contudo, a fórmula apresentada neste é graficamente, um pequeno avanço na compreensão dos números primos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Este artigo apresentou uma forma de calcular o enésimo número primo. Tal forma é essencial para partirmos do estado inicial para algum algoritmo mais desenvolvido no futuro. Grandes matemáticos deixaram suas pequenas e grandes descobertas, algumas podendo servir de suporte para a fórmula que fora apresentada neste material. Futuramente, esse material pode ser usado para o progresso nos estudos relacionados à teoria dos números podendo enfim, concluirmos uma fórmula fechada para o termo primo geral. Cada contribuição é importante. Logo, todos os pequenos avanços nos fazem chegar mais próximos daquilo que realmente queremos alcançar.

Observe que, em nosso primeiro exemplo dos números pares o algorítmico que foi apresentado pode nos dar com precisão o número par, o que falta é descobrir o modelo por trás da sequência dos primos. Acredito que o modelo apresentado neste artigo pode ajudar no avanço da compreensão do real mistério que envolve os números primos.

Dada a fórmula presente neste artigo, é de suma importância o total compreendimento para que futuros matemáticos possam tomar como inspiração do desenvolvimento possivelmente precoce após essa descoberta. Atribuído de todo o conhecimento sobre a definição de números primos, esse trabalho apresentará uma demonstração da fórmula podendo facilmente ser interpretada pelo leitor.

DEMONSTRAÇÃO PARA PARTE INTEIRA DE $\mathcal{P}$(W)

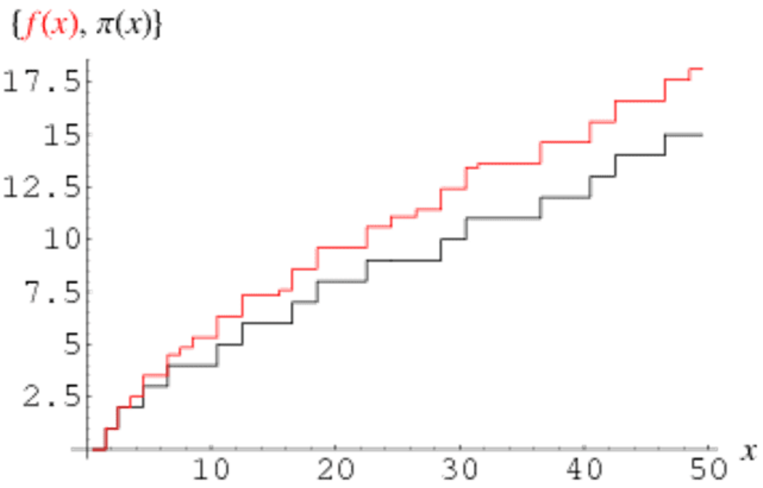
Dado n=1, temos an=2. Se o piso de [0,904554885-(0,904554885√0,6348)+√5]=2 quando n vale 1, então n ∈ IR. Logo a imagem de f(k)={k-[k√0,6348]+√5} tem parte inteira um número primo, ∀ n ∈ IP.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Sabemos que os números primos são infinitos e que qualquer descoberta voltada para um avanço significativo relativo aos números primos é de suma importância e gera prêmios e etc. No entanto, o principal foco desse artigo é avançar milimetricamente nesse campo contribuindo ativamente para sua compreensão assim como foi usado exemplo dos números pares a1+59/30.

Existe uma fórmula assintótica para encontrarmos os primos, com base nessa fórmula foi realizada alguns estudos no passado para entender o comportamento gráfico dos números primos. Um de seus principais mistérios é seu comportamento gráfico.

2. FUNÇÃO π(x), PARA X ∈



Fonte: Pesquisa no Google[2]

Com base nos conhecimentos obtidos por Bernhard Riemann (1826-1886), conseguimos entender com uma baixa precisão o comportamento dos números primos graças a sua descoberta. Com isso, deu-se mais um avanço significativo nesta área da Matemática. Esse conceito gráfico foi a fonte de inspiração para a elaboração desse artigo, pois sem os conhecimento obtidos por Bernhard Riemann não seria possível chegar aonde chegamos. No entanto, o que Riemann não conseguiu foi dar continuidade a fórmula para calcular o termo geral não composto. Contudo, essa tarefa fica para as próximas gerações pois Riemann já deixou sua contribuição.

REFERÊNCIAS

FÓRMULAS PARA PRIMOS E TESTE DE PRIMALIDADE: Disponível em: <http://www.mat.puc-rio.br/~nicolau/papers/mersenne/node18.html>.

FUNÇÃO PARTE INTEIRA: Disponível em: <https://olimpedia.fandom.com/pt-br/wiki/Fun%C3%A7%C3%A3o_Parte_Inteira#:~:text=A%20parte%20inteira%20de%20um,com%20%22arredondar%20para%20baixo%22.>.

FUNÇÃO DE CONTAGEM: Disponível em: <https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fmathworld.wolfram.com%2FRiemannPrimeCountingFunction.html&psig=AOvVaw0Wicgsmc2kX-YQ6vKBBYlH&ust=1602798217788000&source=images&cd=vfe&ved=0CA0QjhxqFwoTCPC8g6j5iOwCFQAAAAAdAAAAABAJ>.

NÚMERO PRIMO. In: WIKIPÉDIA: a enciclopédia livre. Wikipédia, 2020. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_primo>.

SÓ MATEMÁTICA: "Progressões" em *Só Matemática*. Virtuous Tecnologia da Informação, 1998-2020. Consultado em 14/10/2020 às 13:58. Disponível na Internet em: *<https://www.somatematica.com.br/emedio/pa/pa3.php>.*

BIOGRAFIA DE RIEMANN: Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Bernhard_Riemann>.

APÊNDICE - REFERÊNCIA DE NOTA DE RODAPÉ

2. Disponível em: https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fmathworld.wolfram.com%2FRiemannPrimeCountingFunction.html&psig=AOvVaw0Wicgsmc2kX-YQ6vKBBYlH&ust=1602798217788000&source=images&cd=vfe&ved=0CA0QjhxqFwoTCPC8g6j5iOwCFQAAAAAdAAAAABAJ

Enviado: Outubro, 2020.

Aprovado: Novembro, 2020.