



# MODELO MATEMÁTICO PARA PREVISÃO DA CURVA EPIDEMIOLÓGICA DE COVID-19 NO BRASIL

## ARTIGO ORIGINAL

COSTA, Esdras Jonathan Honorato <sup>1</sup>

COSTA, Esdras Jonathan Honorato. **Modelo matemático para previsão da curva epidemiológica de COVID-19 no Brasil**. Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento. Ano 05, Ed. 05, Vol. 02, pp. 05-16. Maio de 2020. ISSN: 2448-0959, Link de acesso: <https://www.nucleodoconhecimento.com.br/matematica/curva-epidemiologica>

## RESUMO

A COVID-19 surgiu no final de 2019 e em poucos meses já estava sem controle em vários países do mundo. Essa alta velocidade de contaminação pelo vírus levou o sistema de saúde de vários países ao colapso. Para possibilitar condições de tratamento a todos os infectados, a principal medida indicada pela OMS foi o isolamento social. O objetivo dessa medida era reduzir a curva epidemiológica. O conhecimento da curva epidemiológica baseada em condições do Brasil é importante para prever os momentos críticos e estudar como evitar tais momentos. Visando à importância dessa curva, o presente trabalho apresenta um modelo parametrizado para as condições nacionais, que prever uma curva epidemiológica da COVID-19 no Brasil. Através desta curva, pode-se determinar os períodos críticos, a quantidade de contaminados e o período de encerramento do surto.

Palavras-chave: Modelo matemático, COVID-19, infectados, curva epidemiológica.

---

<sup>1</sup> Mestrado em Engenharia Civil. Especialização em Petróleo, Gás e Biocombustíveis. Graduação em Engenharia Civil.



## INTRODUÇÃO

No final de 2019, na província de Wuhan (China), foi diagnosticado o primeiro caso de COVID-19, doença causada pelo vírus Sars-CoV-2. Devido à rapidez de contágio e à resistência do vírus, a COVID-19 rapidamente tomou proporções mundiais, sendo que, no início de 2020, a OMS declarou a doença como pandemia (Who, 2020).

A grande velocidade de infecção pela COVID-19 tem mudado os hábitos de convívio social em vários lugares no mundo. Sistemas de saúde estão entrando em colapso. A solução indicada pela OMS e realizada por vários países é o isolamento social. Para Hellewell *et al.* (2020), Watkins (2020) e Farias (2020), o isolamento social é uma das medidas mais eficazes contra o COVID-19.

O isolamento não impede o crescimento dos infectados, ele reduz que inúmeras pessoas sejam infectadas simultaneamente e, evita-se assim, o colapso no sistema de saúde. Segundo Aveni (2020), as fraquezas do nosso sistema de saúde foram expostas devido à COVID-19. Entretanto, a situação pode ter um agravamento se a curva epidemiológica não for reduzida.

Para a previsão dessa curva, modelos matemáticos foram desenvolvidos. Pode-se citar, para a previsão de COVID-19 no Brasil, o modelo dos autores Falavina *et al.* (2020) que usaram dados da COVID-19 na Itália e elaboraram três cenários: otimista, base e pessimista. Dias e Araújo (2020) desenvolveram um modelo matemático para previsão dos casos de COVID-19 no Brasil baseado numa metodologia denominada SIDR (*Susceptible-Infected-DeceasedRemoved*). Cherniha e Davydovych (2020) desenvolveram um modelo com base nos casos da China. Tal modelo apresentou boa concordância com os dados reais.

Nessa perspectiva, o presente trabalho propõe um modelo matemático para previsão da curva epidemiológica de COVID-19 no Brasil. Essa curva pode ser utilizada como base para prever ações efetivas para o enfrentamento do surto no Brasil.



## MODELO MATEMÁTICO

O modelo matemático desenvolvido no presente trabalho é baseado em Cherniha e Davydovych (2020). Eles usaram um modelo clássico das ciências biológica para avaliar a evolução temporal de casos confirmados. Esse modelo diferencial foi desenvolvido por Verhulst (1838, apud Cherniha e Davydovych, 2020) sendo largamente conhecido como modelo logístico. Tal modelo, com variáveis adimensionais, possui a seguinte fórmula:

$$\frac{dU}{dt} = U(1 - U), \quad U(0) = N_0 > 0 \quad (1)$$

Para atender a equação (1), utilizou-se uma função suave  $u(t)$ , que apresenta o número total de casos de COVID-19 identificados até dia  $t$ . Assumiu-se que  $t = 0$  representa a data em que foi identificado o primeiro caso ( $u_0$ ). Obviamente, a função  $u(t)$  não é decrescente, visto que ela representa o número de casos acumulados até o dia  $t$ . Então, com essas considerações obtemos:

$$\frac{du}{dt} = u(a - bu), \quad u(0) = u_0 \geq 0 \quad (2)$$

em que  $a$  e  $b$  são constantes positivas. A constante  $a$  representa o crescimento da infecção e o contato entre as pessoas infectadas com outras saudáveis. No modelo logístico essa constante deve ser menor que 1. A constante  $b$  indica os esforços governamentais para evitar contatos entre pessoas infectadas e saudáveis. De acordo com Cherniha e Davydovych (2020), o coeficiente  $b$  deve aumentar com o crescimento de  $u(t)$  a fim de reduzir o aumento de infectados. Ou seja, para poder ter o controle epidemiológico, faz-se necessário medidas mais fortes nos momentos mais crítico do surto, caso contrário, o controle sobre o processo epidêmico terá pouca eficácia.

As pessoas infectadas pela COVID-19 possuem apenas duas possibilidades: recuperação ou óbito. Considera-se as pessoas infectadas que se recuperam de  $w$  e



os óbitos de  $v$ . Sendo assim, a soma dessas duas funções fornece a quantidade de infectados até o dia  $t$ :

$$u = w + v \quad (3)$$

De acordo Cherniha e Davydovych (2020), o modelo logístico possui uma equação típica para a evolução no tempo da função  $v$ :

$$\frac{dv}{dt} = k(t)u, \quad v(0) = v_0 \geq 0 \quad (4)$$

É óbvio que há também uma equação semelhante para  $w$ , entretanto o modelo terá interesse pelos infectados e os óbitos. A constante  $v_0$  é o número de mortes em  $t = 0$ . Vale ressaltar que, de acordo com Cherniha e Davydovych (2020), o coeficiente  $k(t) > 0$  e reflete a eficácia do sistema de saúde do país em questão e que, do ponto de vista matemático, este coeficiente deve ter o comportamento assintótico  $k(t) \rightarrow 0$ , se  $t \rightarrow \infty$ . Utiliza-se a forma útil que é  $k(t) = k_0 \exp(-\alpha t)$ ,  $\alpha > 0$ .

A solução das derivadas apresentada por Cherniha e Davydovych (2020) é apresentada a seguir.

$$u(t) = \frac{au_0 e^{at}}{a + bu_0(e^{at} - 1)} \quad (5)$$

$$v(t) = \frac{2k_0\sqrt{u_0}}{\sqrt{b(a - bu_0)}} \left( \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{bu_0}}{\sqrt{a - bu_0}} e^{\frac{at}{2}}\right) - \operatorname{atan}\left(\frac{\sqrt{bu_0}}{\sqrt{a - bu_0}}\right) \right) + v_0 \quad (6)$$



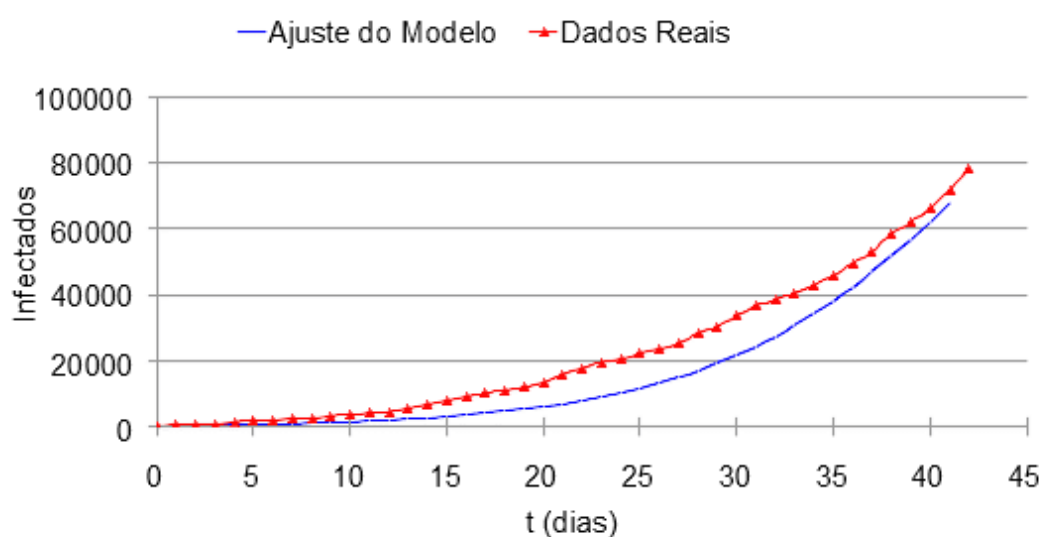
## DETERMINAÇÃO DAS CONSTANTES

Neste tópico determina-se todos os parâmetros presentes nas equações (5) e (6) usando os dados para o surto de COVID-19 no Brasil. Tais dados foram obtidos no site oficial do Ministério da Saúde (Brasil, 2020).

O primeiro caso de COVID-19 no Brasil foi oficialmente registrado em 26 de fevereiro de 2020. Enquanto, o primeiro óbito ocorreu em 17 de março de 2020. Sendo assim, para que  $u_0$  e  $v_0$  sejam ambas maiores que zero e, por questões matemáticas, diferente de 1, definimos que a data que representaria o  $t = 0$ , no modelo matemático proposto, é 18 de março de 2020. Com isso, obtemos imediatamente  $u_0 = 428$  infectados e  $v_0 = 4$  óbitos.

Para determinar as constantes  $a$  e  $b$ , se faz necessário um ajuste com os dados reais de casos confirmados no Brasil, desde  $t = 0$  até o dia de projeção do presente modelo (29 de abril de 2020). A Figura 1 apresenta o melhor ajuste, que ocorreu quando  $a = 0,135$  e  $b = 7,5E-7$ .

Figura 1 - Comparação entre os dados reais e do modelo ajustado com os parâmetros  $a = 0,135$  e  $b = 7,5E-7$ .



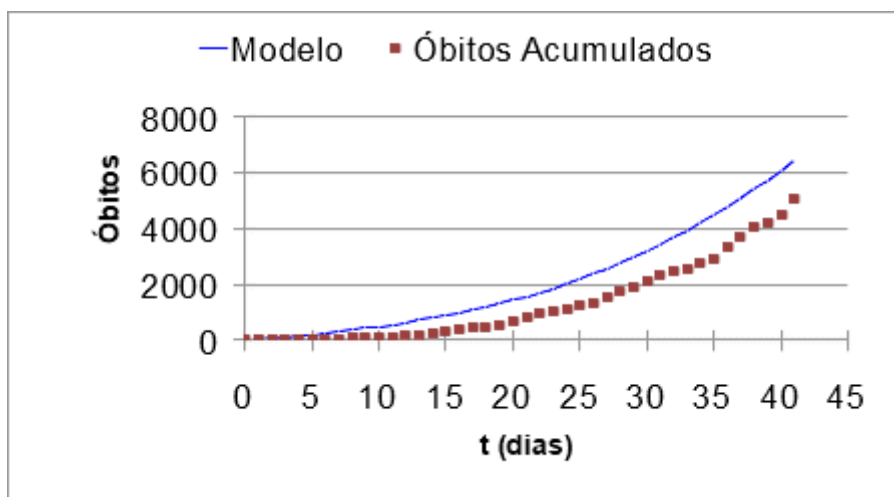
Fonte: Autor.



O modelo aparenta ter resposta inferior aos dados, porém ele possui a mesma tendência de crescimento dos casos que ocorreram nessa última semana. Então  $a$  e  $b$  então ajustadas para o modelo.

Na equação de previsão dos óbitos, existe o coeficiente  $k_0$ . Para determinação desse coeficiente, faz-se necessário o ajuste da curva  $v(t)$  com os dados obtidos até o presente momento. A Figura 2 apresenta o melhor ajuste da curva que ocorre quando  $k_0 = 0,07$ .

Figura 2 - Comparação entre os dados reais e do modelo ajustado com os parâmetros  $k_0 = 0,07$ .



Fonte: Autor.

Diferente da curva de infectados, o modelo aparenta ter resposta superior aos dados de óbitos. Porém, como possui a mesma tendência de crescimento dos casos confirmados tem-se que  $k_0 = 0,07$  pode ser utilizado no modelo.

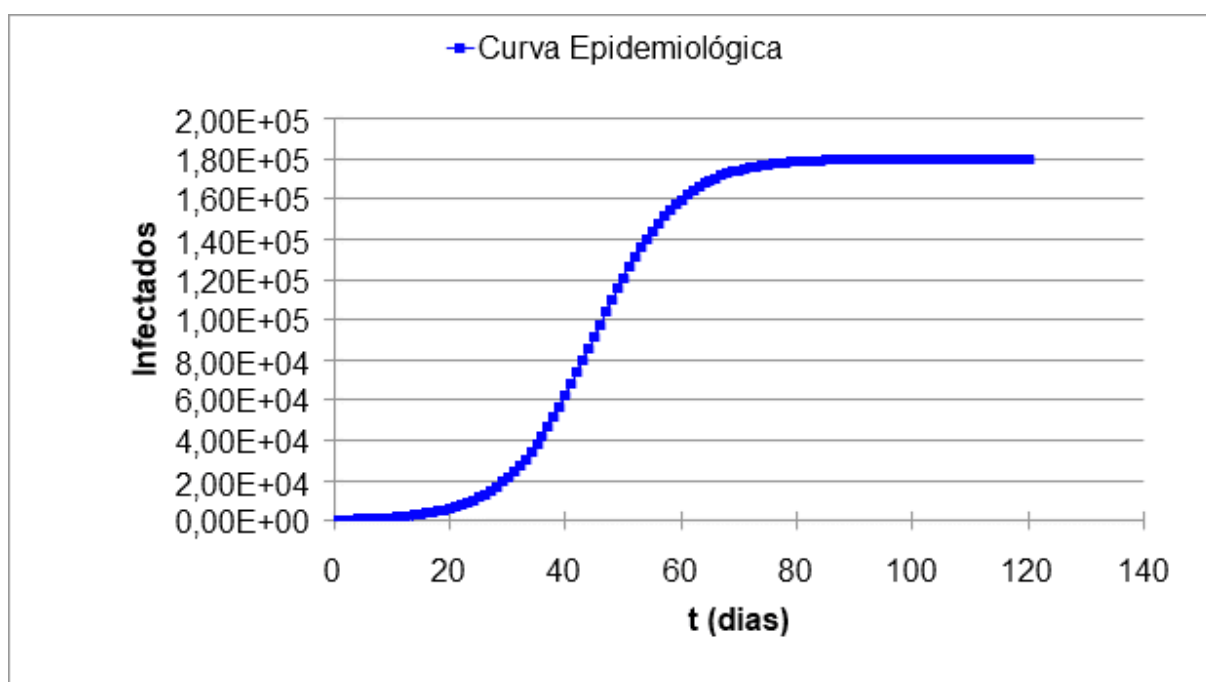
## RESULTADOS E DISCUSSÃO

Neste artigo é apresentado um modelo matemático proposto para a descrição quantitativa do surto de COVID-19 no Brasil. O modelo é baseado no trabalho de Cherniha e Davydovych (2020). Embora ele seja relativamente simples, apresentou ótimos resultados para o caso da China. Isso justifica por que o utilizamos aqui para

prever casos de COVID-19 no Brasil. Entretanto, as condições epidemiológicas no Brasil são diferentes daquelas que ocorreram na China. Então, para melhor ajuste, aplicou-se ao modelo as condições brasileiras e realizamos os ajustes das constantes através dos dados fornecidos pelo Ministério da Saúde.

Usando-se as constantes determinadas no tópico anterior, pode-se determinar a curva epidemiológica do surto de COVID-19 no Brasil. O resultado é apresentado na Figura 3. Através dessa curva pode-se analisar a quantidade prevista de casos: 180 mil infectados pela COVID-19. A curva também apresenta que o fim do surto iniciará em junho de 2020. Luo (2020) em seu modelo prever 97% do surto no Brasil em 01 de junho de 2020.

Figura 3 - Previsão dos casos de COVID-19 no Brasil através do modelo logístico.



Fonte: Autor.

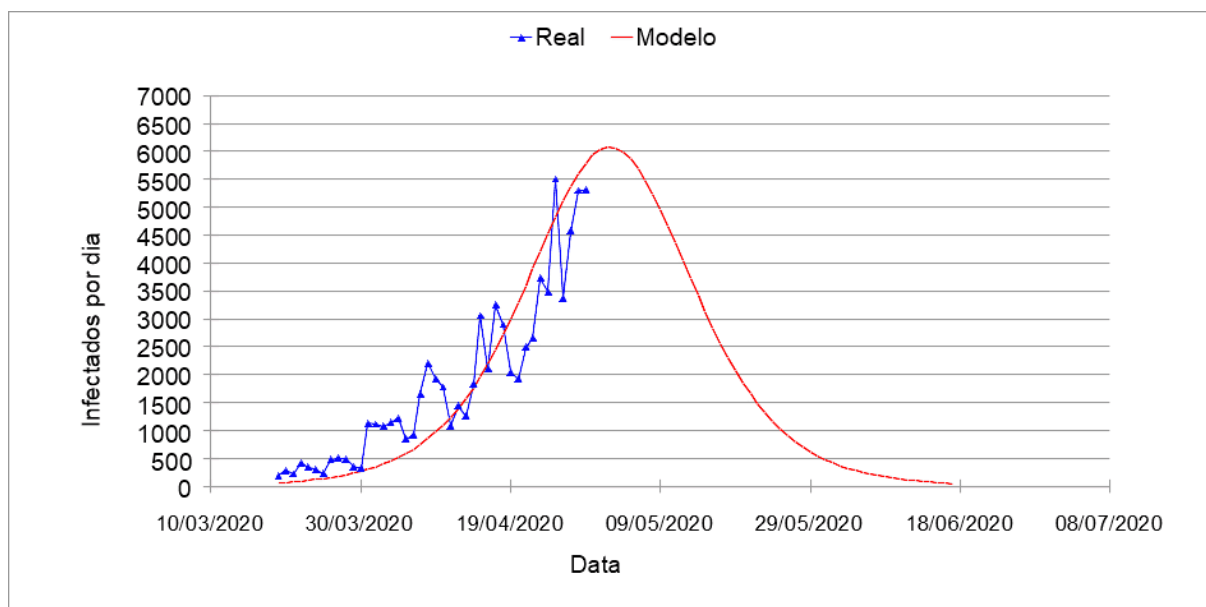
A maneira mais adequada para evitar que essa quantidade alarmante aconteça é reduzir a infecção (reduzindo assim o valor do parâmetro  $a$  da equação (5)) e aumentar o combate à doença (parâmetro  $b$  da equação (5)). De acordo com Hellewell *et al.* (2020), Watkins (2020) e Farias (2020), a melhor forma de reduzir a infecção é

o isolamento. Esses autores explicam que se não houver um controle no surto os resultados serão catastróficos.

Outro ponto importante é a capacidade do sistema de saúde durante os picos do surto de COVID-19 no Brasil. Segundo Aveni (2020), as fraquezas do sistema nacional de saúde foram expostas devido à COVID-19. Entretanto, a situação pode se agravar durante o pico de casos. Garcia e Duarte (2020) citam a importância de reduzir contatos entre pessoas para reduzir o pico de casos de COVID-19.

Aplicou-se o modelo proposto para prever o pico de casos de infectados no país. O resultado pode ser visualizado na Figura 4. De acordo com o modelo o momento crítico ocorrerá em meados de maio de 2020.

Figura 4 - Previsão de casos diários de COVID-19 no Brasil.

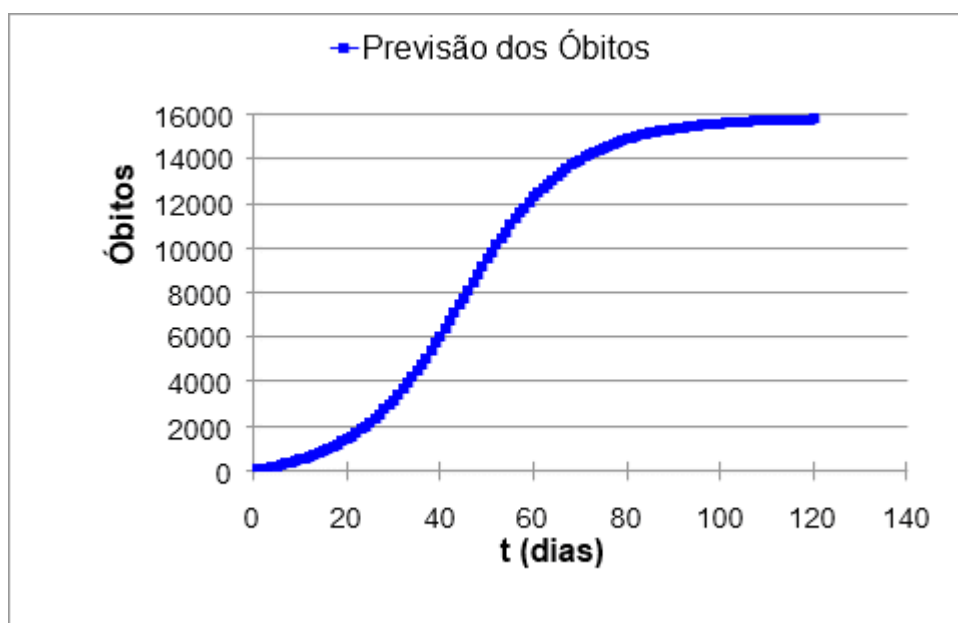


Fonte: Autor.

Vale ressaltar que o momento crítico de casos diários de COVID-19 no Brasil, não indicam que o surto esteja extirpado. Também é importante informar que, se houver variação nas condições de infecção e de contenção da doença a curva pode ser deslocada e, inclusive, com pico maiores.

Todo o esforço para conter a pandemia, a nível mundial, é para evitar os óbitos. Por isso, adotou-se o modelo para prever a quantidade de óbitos no país. O resultado é apresentado na Figura 5. A previsão apresenta o resultado assustador de aproximadamente 16 mil óbitos.

Figura 5 - Previsão de óbitos no Brasil devido à COVID-19 de acordo com o modelo logístico.



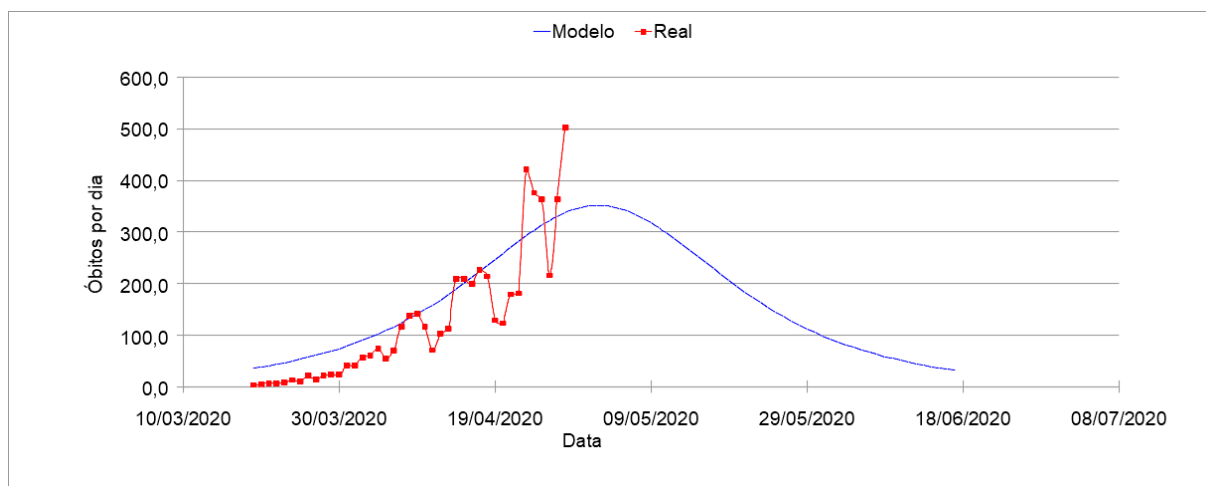
Fonte: Autor.

O número é preocupante e reforça a necessidade de medidas preventivas. Apesar de alguns países terem a mortalidade por COVID-19 baixa, o óbito pelo surto varia de acordo com as condições epidemiológicas do país, afirmam Roser *et al.* (2020).

Assim como o caso de grande aumento de infectados diários pode trazer colapso os sistema de saúde, o aumento brusco de óbitos trará colapso não só no sistema de saúde como também em outros setores. Pensando nesse momento de colapso, aplicamos o modelo para determinar o período crítico de óbitos. O resultado é apresentado na Figura 6. O período crítico de óbitos no Brasil está previsto para maio de 2020.



Figura 6 - Previsão de óbitos diários pela COVID-19 no Brasil.



Fonte: Autor.

Essa previsão indica que se próxima o pico de óbitos no Brasil e que a população deve manter os cuidados de prevenção. Ressalta-se que essa curva pode ser deslocada de acordo com a variação das condições dessa infecção no país.

## CONCLUSÃO

O presente trabalho propôs um modelo matemático baseado no modelo logístico para prever a curva epidemiológica do surto de COVID-19 no Brasil. Para determinar o modelo realizou-se procedimentos de verificação com base nos dados disponíveis pelo Ministério da Saúde do Brasil. Através desse procedimentos, determinou-se com precisão os valores das constantes que representam as condições epidemiológicas brasileiras. O modelo proposto apresentou a perspectiva de casos de infectados e de óbitos no Brasil. E através dele foi possível gerar a curva epidemiológica que apresenta o ponto crítico do surto de COVID-19 em meados de maio e a queda drástica dos casos em meados de junho. O modelo matemático pode ser aprimorado se forem incluídos mais dados. No entanto, cabe ressaltar que suas simulações numéricas são importantes ferramentas que podem ser muito úteis para o planejamento da saúde pública.



## AGRADECIMENTOS

Agradecemos a colaboração dos docentes do Instituto Federal de Alagoas Campus Coruripe: Alex Aguiar da Silva, Eugênio Bastos da Costa e Juliana de Araújo Melo. Também agradecemos ao apoio acadêmico do Instituto Federal de Alagoas, em especial, Campus Coruripe.

## REFERÊNCIAS

AVENI, A. **Sistemas de Saúde e Economia da Saúde – Impactos Causados pela COVID-19**. Cadernos de Prospecção – Salvador, v. 13, n. 2, Edição Especial, p. 477-493, abril, 2020.

BRASIL. Ministério da Saúde. **Coronavírus: Brasil**. Brasília, DF: 2020d. Disponível em: < <https://covid.saude.gov.br> >. Acesso em: 28 Abril 2020.

CHERNIHA, R.; DAVYDOVYCH, V. **A mathematical model for the coronavirus COVID-19 outbreak**. arXiv:2004.01487 [physics.soc-ph], 09 April 2020.

DIAS, G. M. S.; ARAUJO, L. H. C. **Modelagem Matemática para Epidemia de COVID-19 e Estimativa de Casos no Brasil no Curto Prazo**. Revista da IME. URL <http://covid19cientifico.ime.eb.br/artigo1.pdf>

FALAVIANA, D. et al. **Initial Modeling of Brazil Cases; Evolution in LatAm And Other Considerations**. Latin America Equity Research 17 March 2020.

FARIAS, H. S. **O avanço da Covid-19 e o isolamento social como estratégia para redução da vulnerabilidade**. Revista Brasileira de Geografia Economica, volume 17, 2020.

GARCIA, L.P.; DUARTE, E. Intervenções não farmacológicas para o enfrentamento à epidemia da COVID-19 no Brasil. Epidemiol. Serv. Saúde 29 (2), 9 de abril de 2020.



HELLEWELL, J. *et al.* **Feasibility of controlling COVID-19 outbreaks by isolation of cases and contacts**, The Lancet Global Health, Volume 8, Issue 4, April 2020, Pages e488-e496.

LUO, J. **When Will COVID-19 End? Data-Driven Prediction**. Singapore University of Technology and Design, April 29, 2020.

ROSER, W. *et al.* **Coronavirus Pandemic (COVID-19)**. URL <<https://ourworldindata.org/coronavirus>> Visitado em 29 de abril de 2020.

VERHULST, P. F. **Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement**, Corr. Math. Physics. 10 (1838) .

WATKIN, J. **Preventing a covid-19 pandemic**. BMJ 2020;368:m810

WHO - World Health Organization. Disponível em <WHO Director-General's opening remarks at the media briefing on COVID-19 - 11 March 2020>. Acesso em 29 de Abr. de 2020.

## ANEXO

Figuras em inglês

Figure 1.

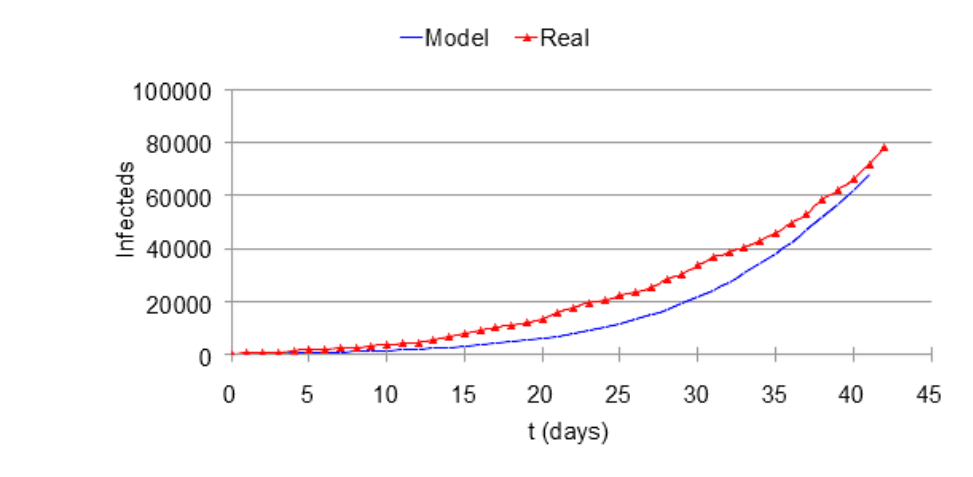




Figure 2.

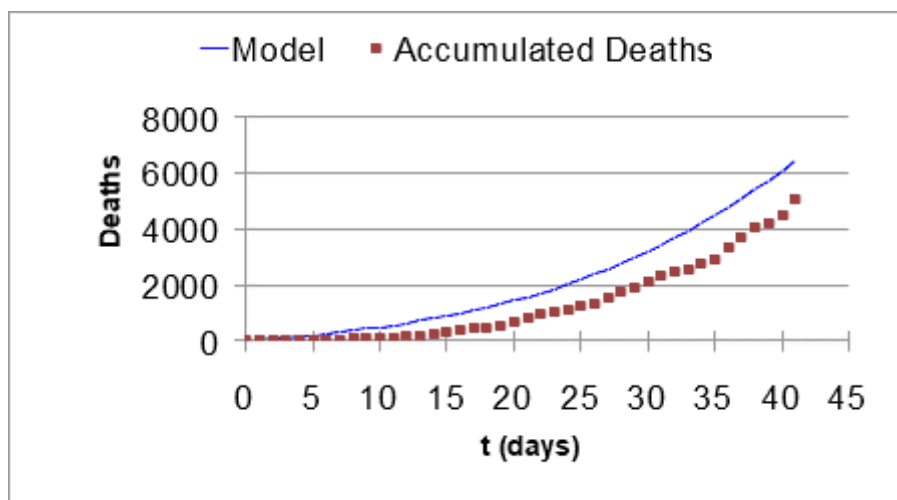


Figure 3.

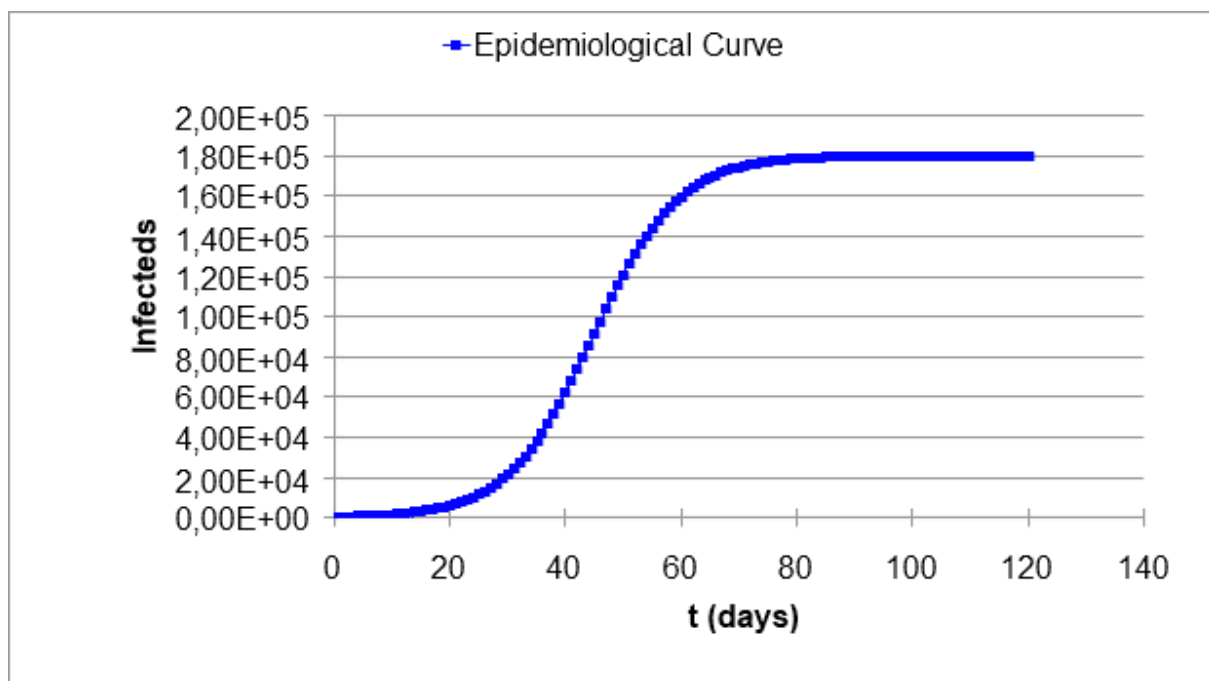




Figure 4.

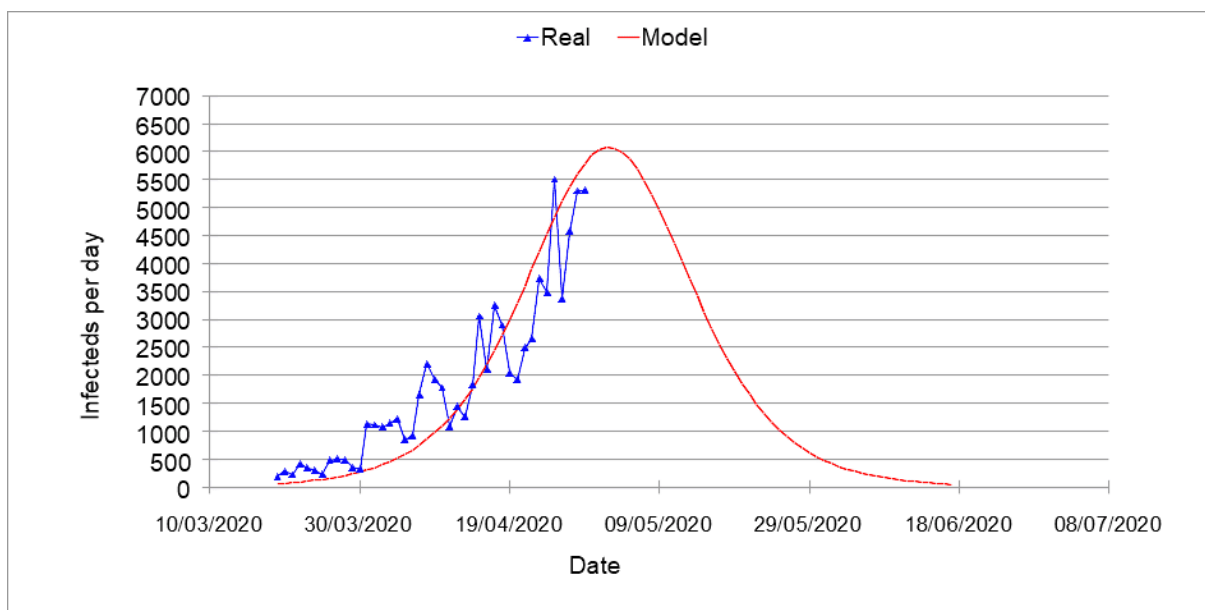


Figure 5.

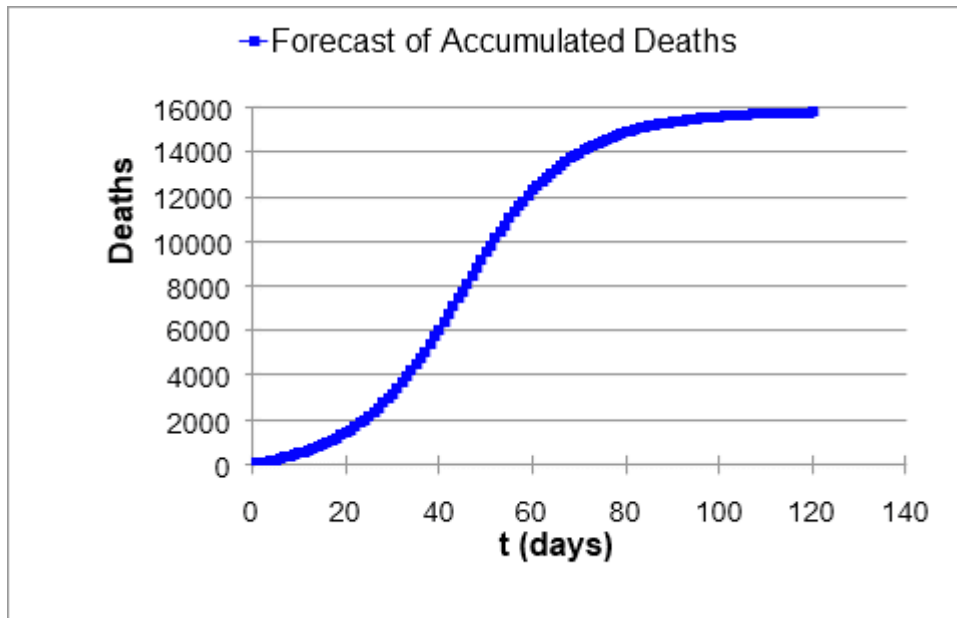
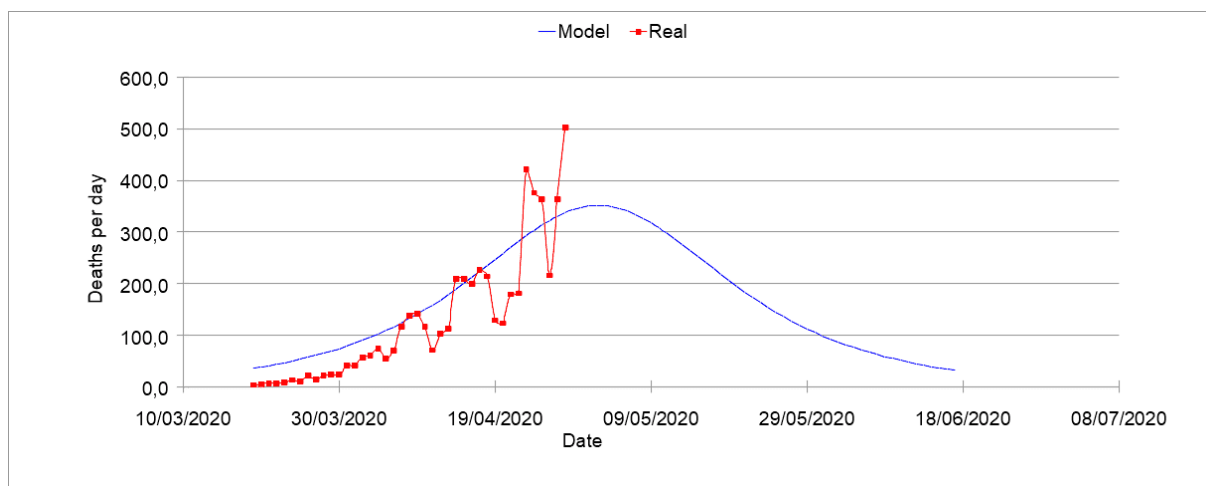




Figure 6.



Enviado: Abril, 2020.

Aprovado: Maio, 2020.