MULTIDISCIPLINARY SCIENTIFIC JOURNAL NÚCLEO DO CONHECIMENTO
REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR NÚCLEO DO CONHECIMENTO ISSN: 2448-0959
https://www.nucleodoconhecimento.com.br

DEMONSTRAÇÃO DA CONJECTURA DE BEAL

ARTIGO ORIGINAL

SOUSA, Francisco Rafael Macena de [1]

SOUSA, Francisco Rafael Macena de. **Demonstração da Conjectura De Beal. Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento.** Ano 04, Ed. 11, Vol. 05, pp. 132-173. Novembro de 2019. ISSN: 2448-0959, Link de acesso: https://www.nucleodoconhecimento.com.br/matematica/conjectura-de-beal

ENUNCIADO DA CONJECTURA

Se $a^x + b^y = c^z$, onde a, b, c, x, y e z são inteiros positivos e x, y, z ≥ 3, então **a**, **b** e **c** têm um fator primo comum, o que significa que a, b e c são divisíveis por um mesmo número primo. Ou, a equação $a^x + b^y = c^z$ não tem solução para inteiros positivos com x, y, z ≥ 3 e o mdc (a, b, c) = 1.

RESUMO

Esse artigo contém demonstrações usando princípios de álgebra e teoria dos números, a respeito à conjectura foi anunciada pelo Andrew Beal um banqueiro e entusiasta da teoria dos números propôs um desafio para quem provar ou apresentar contraexemplo para tal problema que generaliza o Último Teorema de Fermat, $c^n = b^n + a^n$, com n ≥ 3, isso foi demonstrado pelo matemático inglês Andrew Wiles utilizando como base uma conjectura feita pelos matemáticos Yutaka Taniyama e Goro Shimura, essa demonstração feita por Wiles poucos matemáticos compreenderão pelo alto nível ou complexidade, também será usado o Teorema de Sebá, " Sebastião Vieira do Nascimento (Sebá)", graduado em Economia pela UFPB, mestre em engenharia da mesma, professor titular da UFCG, seu teorema provado se baseia em que $c^m = b^n + a^n$, com m e n primo entre si, isso é mdc (m, n) = 1, a conjectura foi proposta pelo

[1] Graduação em Matemática.

próprio Beal em 1993, más só ficou bem conhecido mesmo pela comunidade matemática em 1997 após R. D. Mauldin publicar o artigo a Generalization of Fermat's Last Theorem: The Beal Conjecture and Prize Problem no periódico Noticesofthe American Mathematical Society.

Palavras-chave: Conjectura, Andrew Beal, Último Teorema de Fermat.

1. INTRODUÇÃO

Este artigo tem como finalidade provar a Conjectura de Beal, proposta por Andrew Beal um banqueiro, empresário, investidor, jogador de pôquer e matemático amador que tem fascínio em teoria dos números, ele desafiou qualquer matemático do mundo para provar ou dar um contraexemplo para sua Conjectura que foi proposta desde 1993 até os dias atuais, não foi apresentada uma demonstração que generaliza a conjectura incluindo o Ultimo Teorema de Fermat, esse artigo contém conhecimentos matemáticos que qualquer pessoa que chegou a ter o segundo grau do ensino médio completo e tem facilidade em propriedades matemáticas é possível compreender as demonstrações iniciais, já para quem possui um curso superior em exatas e além dessas será de fácil compreensão do início ao fim, a conjectura se baseia nos inteiros positivos ou soluções em números naturais com os expoentes maiores iguais a 3 (três) e suas bases maiores ou igual a 1 (um), se caso afirmativo será demonstrado que realmente o mdc (c, b , a) = C > 1, onde esse C é o fator primo comum que divide a, b e c, com a ≤ b ou a ≥ b, de tal forma que é possível ter como equação $c^z = b^y + a^x$, x, y, z ≥ 3, expoentes, caso contraditório possuirá como mdc (c, b , a) = 1 e x, y, z ≥ 3, isso é o único valor que divide c, b, a é 1 (um), em outras palavras a,b e c são primos entre se.

Para chegar à demonstração foi necessário criar novos teoremas, más para que realmente o teorema seja valido assim como a conjectura devem ser provados no decorrer dos teoremas são criados a parti de princípios e propriedades em teoria dos números, o maior desafio nesse artigo como qualquer outro que envolva números primos aqueles números que possui apenas dois divisores nos naturais que é 1 (um) e ele mesmo (nº primo), pois ainda é algo que a teoria dos números ainda não foi capaz de encontrar um meio mais rápido de fatorar números gigantes, todavia em teoria dos números temos como hipótese e também provada que qualquer X um número composto, possamos escreve – lo X como produto de várias potências de números primos iguais ou distintos, incluindo quando possui expoentes 0 (zero) ou 1 (um). A ideia dessa conjectura é simplesmente isso facilitar o encontro de fatores primos.

2. BREVE HISTÓRIA ATÉ A CONJECTURA

2.1 FERMAT E SEU TEOREMA

Tudo inicia por Pierre Fermat que viveu na França do século XVIII, um funcionário público da cidade Francesa de Toulouse, a matemática para ele era seu passatempo preferido, o interessante é que Fermat teve maior fama devido seus costumes de apresentar a outros matemáticos problemas que desafiava as maiores mentes da época, onde muitas vezes deixavam seus contemporâneos perplexos na tentativa de solucioná-los. Fermat teve como ideia criar uma proposição semelhante ao famoso teorema de Pitágoras que é muito conhecido atualmente nesse século, todavia não possuía soluções nos naturais, essa proposição foi além do seu tempo e ganhando fama ao longo do século, por não achar uma solução ou contraexemplo, por conta disso ganhou seu nome e por ser seu último desafio teve como nome o Último Teorema de Fermat, a equação de sua fama é $c^n = b^n + a^n$, onde a, b, c e n $\in$ N, com $n \geq 3$, segundo ele tinha a demonstração, morreu sem ninguém saber qual foi a sua suposta resposta, por conta disso ficou conhecido como o seu Último Teorema. O mérito da descoberta desta proposição devia ao seu primogênito, ele viu várias anotações de Fermat em um determinado livro de Aritmética o qual pertencia, pois, seu pai tinha o hábito de fazer rascunhos ou anotações em livros. Após o achado do filho, as anotações ou descobertas foram publicadas em um livro Arithmetica de Diofanto contendo observações do pai, em 1670 o livro continha 48 observações, porém ao longo do caminho de gerações de matemáticos e físicos foram dando soluções aos seus desafios, no entanto tinha uma que a maioria julgava ser a última, por conta disso teve esse nome tão desafiador. Em seu livro continha o seguinte enunciado, "Descobri uma demonstração maravilhosa desta proposição que, no entanto, não cabe nas margens deste livro"(FERMAT. 1607 – 1665)[2].

2.2 YUTAKA TANIYAMA, GORO SHIMURA E ANDREW WILES

Em 1954, o Yutaka Taniyama e Goro Shimura, jovens matemáticos japoneses, tornaram-se amigos porque tiveram interesse em um mesmo livro, no mesmo artigo e nos mesmos cálculos, essa conjectura de Taniyama-Shimura possibilitou a Wiles realizar seu sonho de menino, empregando um esforço intelectual e uma determinação difíceis de acreditar como possíveis a um ser humano. A conjectura que os dois apresentavam serviu como um caminho para sua solução definitiva do problema, no entanto o matemático Yutaka Taniyama tirou sua própria vida em 1958, assim atrasou ainda mais o desenvolvimento da solução, ao desenvolvimento da conjectura em se não foi feita intencionalmente a solucionar o Último Teorema de Fermat, no entanto foi o que realmente aconteceu mais adiante Wiles percebeu que tal base que ajudou a prova - lá definitivamente esse teorema, pois quem podia imaginar que o trabalho de dois estudantes do final do século XX, poderia ser utilizado em algo que solucionava um dos maiores mistérios da história da matemática. Mas foi Andrew Wiles que acabou demonstrando o Ultimo Teorema de Fermat, Wiles é um professor da Universidade de Princeton que iniciou seu interesse pelo problema ainda criança na sua cidade natal tinha uma biblioteca pública, porém só durante o ano de 1986 é que começou realmente a iniciar o seu trabalho de solucionar o teorema dos seus sonhos, segundo Wiles é que a sua pesquisa foi feita em total segredo, pois em seu ser ele sabia que iria encontrar a solução, porém não era tempo de afirmar tal coisa a comunidade acadêmica, a intuição é tudo para um apaixonado em teoria dos números, no entanto a intuição mostra o caminho, más provar se está certa ou errada leva tempo e dedicação, talvez temendo a pressão que sofreria diante de um problema tão famoso e de difícil solução era muito arriscado afirmar tal possível solução inicial, ao analisar a conjectura dos dois japoneses, Andrew Wiles notou que tal teorema poderia ser uma forma de solucionar, no entanto a conjectura devia ser comprovada primeira antes de demonstrar o que ele tanto buscou desde criança, em sua mente era tão claro que Wiles podia sonhar com a solução do teorema tudo dependeria da comprovação da conjectura dos dois estudantes, no entanto Wiles não demonstrou o Último Teorema de Fermat, más sim a conjectura Taniyama-Shimura, sendo que esta implicará a prova - lá.

Finalmente, no dia 23 de junho de 1993, em uma conferência que ocorria em Sir Isaac Newton Institute for Mathematical Sciences em Cambridge, Andrew Wiles, passando 356 anos desde a apresentação do teorema, fez seu anúncio da sua demonstração, porém continha uma pequena falha na sua solução, Wiles se retira por um ano, a fim de corrigir tal erro e apresentar sua nova demonstração reformulada, após a correção e revisão do mesmo erro detectado, foram necessários alguns meses para a apreciação de sua solução, sua demonstração possuía 200 páginas, e após um longo período de ansiedade, sua descoberta ou demonstração enfim foi aceita, porém tão complexa que apenas algumas pessoas no mundo todo eram capazes de compreendê-la, e Wiles (após receber um prêmio no valor de 50.000,00 libras da Fundação Wolfskehl), ele entra como o matemático que demonstrou o teorema mais intrigante e desafiador da história da matemática, e assim finaliza um dos maiores problemas não encontrados ou demonstrados que desafiou grandes matemáticos antes e durante, portanto o Ultimo Teorema de Fermat não possui soluções com números inteiros positivos com $n \geq 3$[3].

2.3 ANDREW BEAL E SUA CONJECTURA QUE RECEBEU SEU NOME

Andrew Beal (nascido em 29 de novembro de 1952), banqueiro, empresário, investidor, jogador de pôquer e matemático amador e entusiasta de umas das melhores áreas que é a teoria dos números. Beal também é conhecido pela conjectura de Beal, enquanto investigava generalizações do último teorema de Fermat, de 1993 a 1997, Beal ofereceu um prêmio monetário por uma prova revisada por pares desta conjectura ou um contraexemplo, pois em 1993 possuía um valor de 5 mil dólares o valor do prêmio aumentou várias vezes e atualmente é de 1.000.000,00 de dólares para a pessoa que o provar ou apresentar um exemplo contraditório em outras palavras um contra - exemplo para quem generaliza o Último Teorema de Fermat. Segundo as próprias falas do banqueiro, em um anúncio à imprensa American Mathmatical Society, o objetivo do valor milionário é “inspirar as mentes jovens a refletir sobre a questão e torná-las mais e mais interessadas no estudo da matemática” [4].

3. DESENVOLVIMENTO ATÉ A CONJECTURA DE BEAL

Para demonstrar será preciso três novos teoremas (T.M, S.T.M e T.G.M), pois o Teorema de Sebá é um caso particular da conjectura de Beal, isso também será mostrado adiante.

3.1 TEOREMA MACENA OU T.M

Dado duas equações $Eq_1: c^z = b^y + a^x$ e $Eq_2: c^m = c^m$ com soluções inteiras positivas e tem como base comum $c \neq 0$, com c, b, a, z, y, x e $m \in \mathbb{N}$, $m > z$ é possível determinar uma nova equação Eq_3 que possua tanto o formato de Eq_1 assim como Eq_2. Isso quer dizer se Eq_3 não satisfazer a Eq_1 ela não possui soluções inteiras positivas. $Exemplo_1$ seja a equação $Eq_1 \rightarrow c^2 = b^2 + a^2$ e $Eq_2 \rightarrow c^m = c^m$ com $c \neq 0$ e $m \in \mathbb{N}$, sabemos que Eq_1 possui soluções inteiras pois é o próprio teorema de Pitágoras, basta verificar usando as triplas pitagórica, assim como Eq_2 também possui soluções inteiras isso será provado adiante. Dito isso então é possível determinar uma equação Eq_3 que tenha tanto o formato de Eq_1 assim como Eq_2. Como $c \neq 0$ possamos usar os seguintes passos em $Eq_1 \rightarrow c^2 = b^2 + a^2 \rightarrow 1 = c^{-2}.(b^2 + a^2)$(I) $Eq_1 \rightarrow c^2 = b^2 + a^2 \rightarrow c=(b^2+a^2)^{1/2}$(II)

Próximo passo é usar Eq_2, pois possamos escrever Eq_2 da seguinte forma $c^m = c^m.1$ ao substituir (I) temos $c^m = c^m.c^{-2}.(b^2 + a^2) \rightarrow c^m = c^{m-2}.(b^2 + a^2) \rightarrow c^m = b^2.c^{m-2} + a^2.c^{m-2}$(III) Substituindo (II) em (III);

$$(b^2 + a^2)^{\frac{m}{2}} = b^2.(b^2 + a^2)^{\frac{m-2}{2}} + a^2.(b^2 + a^2)^{\frac{m-2}{2}} \rightarrow$$

$$(b^2 + a^2)^{\frac{m}{2}} = [b.(b^2 + a^2)^{\frac{m-2}{4}}]^2 + [a.(b^2 + a^2)^{\frac{m-2}{4}}]^2$$

. Seja $m-2$ múltiplo de 4 isto é $m-2 = 4.n$, com $n \in \mathbb{N}$, então temos que $m = 4.n + 2$, ao substituir temos; $(b^2 + a^2)^{2.n+1} = [b(b^2 + a^2)^n]^2 + [a(b^2+a^2)^n]^2$

$(b^2 + a^2)^{2n+1} = [B]^2 + [A]^2$ agora só resta verificar se $(b^2 + a^2)^{2n+1}$ é do tipo C^2,pela triplas pitagórica essa igualdade é satisfeita logo $(b^2 + a^2)^{2.n+1} = (c^2)^{2.n+1} = c^{2.(2.n+1)} = [c^{2.n+1}]^2 = [C]^2$

Portanto $C^2 = [B]^2 + [A]^2$ o mesmo formato de Eq_1 para concluir deve ter propriedade de

$Eq_2 C^2 = [B]^2 + [A]^2 \rightarrow (b^2 + a^2)^{2n+1} = [b(b^2 + a^2)^n]^2 + [a(b^2 + a^2)^n]^2 \rightarrow (c^2)^{2n+1} = [b(c^2)^n]^2 + [a(c^2)^n]^2 \rightarrow$

$c^{4n+2} = [b.c^{2n}]2 + [a.c^{2n}]2 \rightarrow c^{4n+2} = b^2c^{4n} + a^2c^{4n} \rightarrow c^{4n+2} = c^{4n}.(b^2 + a^2) \rightarrow c^{4n+2}=c^{4n}.(c^2) \rightarrow c^{4n+2}=c^{4n+2} \rightarrow c^m=c^m$. Então foi verificado que é possível encontra uma Eq_3 que tenha as duas propriedades então a Eq_3 para essas duas equações é; $Eq_3 \rightarrow (b^2+a^2)2^{n+1}=[b(b^2+a^2)^n]^2+[a(b^2+a^2)^n]^2$

3.1.1 PROVANDO O T.M

Seja Eq_1: $c^z = b^y + a^x$ e Eq_2: $c^m = c^m$, com $m > z$, a, b, c, x, y, z , $m \in \mathbb{N}$ e $c \neq 0$. Provando Eq_2:

De fato 1 = 1, multiplicando ambos os lados por $c \in N^*$ temos 1.c = 1.c, ao multiplicar novamente pelo mesmo c temos $c^2 = c^2$, logicamente se multiplicar por m vezes teremos;

$c^m = c^{\{(1_1 + 1_2 + 1_3 + ... + 1_{m-1} + 1_m) = m\}} = c^m$. Portanto mostrada a Eq_2.

Como $c \neq 0$, possamos usar os seguintes artifícios:

$c^z = b^y + a^x \rightarrow 1 = c^{-z}.(b^y + a^x)$(I) elemento neutro da multiplicação
$c^z = b^y + a^x \rightarrow c = (b^y+a^x)^{1/z}$(II)

A Eq_2 pode ser escrita da seguinte maneira $c^m = c^m.1$, ao substituir (I) nessa equação é obtido:

$c^m = c^m.1 \rightarrow c^m = c^m.c^{-z}.(b^y + a^x) \rightarrow c^m = c^{m-z}.(b^y + a^x) \rightarrow c^m = b^y.c^{m-z} + a^x.c^{m-z}$
Ao substituir (II) resulta em;

$(b^y + a^x)^{\frac{m}{z}} = b^y.(b^y + a^x)^{\frac{m-z}{z}} + a^x.(b^y + a^x)^{\frac{m-z}{z}}$, colocando os expoentes y e x em evidências $(b^y + a^x)^{\frac{m}{z}} = [b.(b^y + a^x)^{\frac{m-z}{z.y}}]^y + [a.(b^y + a^x)^{\frac{m-z}{z.x}}]^x$

Para que $\frac{m-z}{z.y}, \frac{m-z}{z.x} \in \mathbb{N}$ o MMC(zy , zx)= zxy, então m - z deve ser múltiplo de zxy, portanto m - z = zxy.k, com $k \in \mathbb{N}$. Isolando m e substituindo na equação resulta:

$(b^y + a^x)^{xyk+1} = [b.(b^y + a^x)^{xk}]^y + [a.(b^y + a^x)^{yk}]^x$

Portanto essa é a nova equação; Eq_3:$(b^y + a^x)^{xyk+1} = [b.(b^y + a^x)^{xk}]^y + [a.(b^y + a^x)^{yk}]^x \rightarrow C^{xyk+1} = B^y + A^x$
Pelo princípio da comparação ou formato $C^{xyk+1} = B^y + A^x$ é equivalente a $c^z = b^y + a^x$, é a própria estrutura da conjectura de Beal.

Logo satisfez a Eq_1 falta mostra que também tem o formato de Eq_2: $c^m = c^m$

$(b^y + a^x)^{xyk+1} = [b.(b^y + a^x)^{xk}]^y + [a.(b^y + a^x)^{yk}]^x$, como $c^z = b^y + a^x$ temos; $(c^z)^{xyk+1} = [b.(c^z)^{xk}]^y + [a.(c^z)^{yk}]^x \rightarrow c^{z.(xyk+1)} = [b.c^{z.xk}]^y + [a.c^{z.yk}]^x \rightarrow c^{zxyk+z} = b^y.c^{zxyk} + a^x.c^{zxyk} \rightarrow$ como m = zxyk + z
$c^m = b^y.c^{zxyk} + a^x.c^{zxyk} \rightarrow c^m = c^{zxyk}.(b^y + a^x) \rightarrow c^m = c^{zxyk}.(c^z) \rightarrow c^m = c^{zxyk+z} = c^m$.

Portanto provado já que Eq_3 satisfez Eq_1 e Eq_2.

Dados:

$C^Z = B^y + A^x$

$C = b^y + a^x$, $B = b.(b^y + a^x)^{xk}$, $A = a.(b^y + a^x)^{yk}$ e $Z = xyk + 1$

$MDC(C, B, A) = MDC(b^y + a^x, b.(b^y + a^x)^{xk}, a.(b^y + a^x)^{yk}) = b^y + a^x = c^z = C$.

$MDC(Z, y, x) = MDC(xyk + 1, y, x) = 1$

OBS:

Se k for zero temos;
$(b^y + a^x)^{xyk+1} = [b.(b^y + a^x)^{xk}]^y + [a.(b^y + a^x)^{yk}]^x \rightarrow (b^y + a^x)^1 = [b.(b^y + a^x)^0]^y + [a.(b^y + a^x)^0]^x$, como $b^y + a^x = c^z \neq 0$ portanto $(b^y + a^x)^0 = 1$
$(b^y + a^x)^1 = [b.1]^y + [a.1]^x \rightarrow b^y + a^x = b^y + a^x$

Se caso o m fosse igual a z a equação Eq_1 e Eq_2 seria igual, por sua vez seria igual a Eq_3

$$(b^y + a^x)^{\frac{m}{z}} = [b.(b^y + a^x)^{\frac{m-z}{z.y}}]^y + [a.(b^y + a^x)^{\frac{m-z}{z.x}}]^x \rightarrow (b^y + a^x)^{\frac{z}{z}} = [b.(b^y + a^x)^{\frac{z-z}{z.y}}]^y + [a.(b^y + a^x)^{\frac{z-z}{z.x}}]^x \rightarrow$$

$(b^y + a^x)^1 = [b.(b^y+a^x)^0]^y + [a.(b^y+a^x)^0]^x \rightarrow b^y + a^x = [b.1]^y + [a.1]^x$.

Se caso x=y=k=1 temos um quadrado perfeito
$(b^y + a^x)^{xyk+1} = [b.(b^y + a^x)^{xk}]^y + [a.(b^y + a^x)^{yk}]^x \rightarrow (b^1 + a^1)^{1+1} = [b.(b^1 + a^1)^1]^1 + [a.(b^1 + a^1)^1]^1 \rightarrow$
$(b + a)^2 = [b.(b + a)] + [a.(b + a)] \rightarrow (b + a)^2 = b.(b + a) + a.(b + a) = b^2 + ba + ab + a^2 = b^2 + 2ab + a^2 = (b + a)^2$
$Exemplo_2$ Verificando com números a equação Eq_3, seja b=3, a=2 e n=1 temos;

$(b^2 + a^2)^{2n+1} = [b(b^2 + a^2)^n]^2 + [a(b^2 + a^2)^n]^2 \rightarrow (3^2 + 2^2)^{2.1+1} = [3(3^2 + 2^2)^1]^2 + [2(3^2 + 2^2)^1]^2 \rightarrow$
$(9 + 4)^3 = [3(9 + 4)]^2 + [2(9 + 4)]^2 \rightarrow 13^3 = [3.13]^2 + [2.13]^2 \rightarrow 13^3 = 39^2 + 26^2 \rightarrow 2187 = 1521 + 676 \rightarrow 2187 = 2187$

3.2 MOSTRANDO CADA CASO POR T.M

Para mostrar a validade deste teorema é necessário também mostrar as possibilidades ou valores possíveis de z, y, x e m $\in \mathbb{N}$, se não contradizer qualquer teorema já demonstrado por matemáticos como (Teorema de Pitágoras " por vários

Matemáticos", Teorema de Sebá " por Sebastião " e o Ultimo Teorema de Fermat " por Andrew Wiles " e assim por diante) então o T.M é valido e será uma ferramenta para provar a Conjectura de Beal.

3.2.1 TEOREMA DE PITÁGORAS

Isso é quando z=y=x=2
Suponhamos que $Eq_1 \rightarrow c^2 = b^2 + a^2$, possui soluções inteiras, para c, a, b, m $\in \mathbb{N}$, $c \neq 0$ e $Eq_2 \rightarrow c^m = c^m$ é possível encontrar uma Eq_3 que satisfaça as duas equações anteriores, se isso ocorrer logo $Eq_1 \rightarrow c=\sqrt{(b^2+a^2)} \in \mathbb{N}$. Essa demonstração já foi mostrada no $Exemplo_1$, falta somente mostrar que realmente usando a triplas pitagórica é satisfeita a condição $c=\sqrt{(b^2+a^2)} \in \mathbb{N}$. Temos como Hipótese $c^2 = b^2 + a^2$, Tese $C^2 = C^2$. Usando a Hipótese $c^2 = b^2 + a^2$ somando em ambos os lados por $2b + 1 \in \mathbb{N}$, é obtido um quadrado perfeito em um dos lados, $c^2 + 2b + 1 = b^2 + 2b + 1 + a^2 \rightarrow c^2 + 2b + 1 = (b + 1)^2 + a^2$, sabemos que em um triângulo retângulo a hipotenusa é maior que qualquer um dos catetos em particular $c > b > a$, então existe a possibilidade de $c = b + 1$, perceba que isso é uma solução adequada para solucionar a equação $c^2 + 2b + 1 = (b + 1)^2 + a^2 \rightarrow c^2 + 2b + 1 = c^2 + a^2 \rightarrow 2b + 1 = a^2$ ao isolarmos o b, é obtido $b = \frac{a^2-1}{2}$ e como $c = b + 1 \rightarrow c = \frac{a^2-1}{2} + 1 \rightarrow c = \frac{a^2+1}{2}$, perceba que tanto b como c para ser um inteiro basta (a) ser impar pois impar vezes impar continua ímpar, portanto $a = 2k + 1$ condição de ser impar com $k \in \mathbb{N}$, assim temos;

$$[\frac{a^2+1}{2}]^2 = [\frac{a^2-1}{2}]^2 + a^2 \rightarrow [\frac{(2k+1)^2+1}{2}]^2 = [\frac{(2k+1)^2-1}{2}]^2 + (2k+1)^2 \rightarrow [\frac{(4k2+4k+1)+1}{2}]^2 = [\frac{(4k2+4k+1)-1}{2}]^2 + (2k+1)^2$$

$\rightarrow [2k^2 + 2k + 1]^2 = [2k^2 + 2k]^2 + (2k + 1)^2$, Então temos $C = 2k^2 + 2k + 1$, $B = 2k^2 + 2k$ e $A = 2k + 1 \in \mathbb{N}$, são as triplas pitagórica$(2k^2 + 2k + 1, 2k^2 + 2k, 2k + 1)$, verificando a tese

$$C^2 = [\frac{a^2-1}{2}]^2 + a^2 = \frac{(a^2-1)^2}{4} + a^2 = \frac{(a^2-1)^2+4a^2}{4} = \frac{(a^2+1)^2}{4} = (\frac{a^2+1}{2})^2 = [2k^2+2k+1]^2 = C^2.$$

3.2.2 PARA O CASO DO ÚLTIMO TEOREMA DE FERMAT

Isso é quando $z=y=x=n$

Suponhamos que $Eq_1 \to c^n = b^n + a^n$, possui solução para $n \geq 3$, com $c, a, b, m \in \mathbb{N}$, $c \neq 0$ e $Eq_2 \to c^m = c^m$ é possível encontrar uma Eq_3 que satisfaça as duas equações anteriores, se isso ocorrer logo $Eq_1 \to c = \sqrt[n]{b^n+a^n} \in \mathbb{N}$. Como $c \neq 0$ possamos escrever Eq_1, da seguinte forma;

$Eq_1 \to c^n = b^n + a^n \to 1 = c^{-n}.(b^n + a^n)$(I) elemento neutro da multiplicação

$Eq_1 \to c^n = b^n + a^n \to c = (b^n+a^n)^{1/n}$(II)

Verifique que a Eq_2 pode ser escrita da seguinte forma sem alterar seus valores $c^m = c^m.1$, ao substituir (I) em Eq_2, temos;

$c^m = c^m.c^{-n}.(b^n + a^n) \to c^m = c^{m-n}.(b^n + a^n) \to c^m = b^n.c^{m-n} + a^n.c^{m-n}$(III)

Substituído (II) em (III)

$$(b^n + a^n)^{\frac{m}{n}} = b^n.(b^n + a^n)^{\frac{m-n}{n}} + a^n.(b^n + a^n)^{\frac{m-n}{n}}$$

$$[(b^n + a^n)^{\frac{m}{n^2}}]^n = [b(b^n + a^n)^{\frac{m-n}{n^2}}]^n + [a(b^n + a^n)^{\frac{m-n}{n^2}}]^n$$

Perceba que o formato é o mesmo que Eq_1, basta verificar se $m-n$ é múltiplo de n^2, se sim então possamos escrever $m-n = n^2.k$ com $k \in \mathbb{N}$, isolando m temos $m = n^2.k + n$ isso é uma equação do 2ª grau; $m = n^2.k + n \Rightarrow kn^2 + n - m = 0$, com isso possamos encontrar valores para m e n por Bhaskara.

$kn^2 + n - m = 0 \to n = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4km}}{2k}$, para que **n** seja natural obrigatoriamente $-1 \pm \sqrt{1-4km}$ deve ser múltiplo de 2k, então;

$-1\pm\sqrt{1-4km} = 2k.t$, com $t \in \mathbb{N}$

$-1\pm\sqrt{1-4km} = 2k.t \rightarrow \pm\sqrt{1-4km} = 2k.t + 1$ elevando ambos ao quarado temos $1 + 4km = (2k.t + 1)^2 \rightarrow 4km = (2k.t + 1)^2 - 1$ perceba que é a diferença de dois quadrado então;

$4km = (2k.t + 1 - 1).(2k.t + 1 + 1) \rightarrow 4km = (2k.t).(2k.t + 2) \rightarrow 4km = 4.(k.t).(k.t + 1) \rightarrow k\ m = k.t.(k.t + 1) \rightarrow$

$m = t(kt + 1)$, então substituindo esse valor de m em $n = -1\pm\sqrt{1-4km}$ temos;

$n = \frac{-1\pm\sqrt{1-4kt(kt+1)}}{2k} \rightarrow n = \frac{-1\pm\sqrt{1-4kt(kt+1)}}{2k} \rightarrow n = \frac{-1\pm\sqrt{(2kt+1)^2}}{2k} \rightarrow n = \frac{-1\pm(2kt+1)}{2k}$, temos dois valores para n;

$n_1 = \frac{-1+2kt+1}{2k} \rightarrow \mathbf{n_1} = \mathbf{t} \in \mathbb{N}$

$n_2 = \frac{-1-2kt-1}{2k} \rightarrow \mathbf{n_2} = -\ \mathbf{t} - \frac{1}{k}$, $\{\frac{1}{k} \notin \mathbb{N}, k \geq 2\}$, portanto n só pode ser $\mathbf{n} = \mathbf{n_1} = \mathbf{t}$

substituindo esses valores de m e n em

$[(b^n + a^n)^{\frac{m}{n^2}}]^n = [b(b^n + a^n)^{\frac{m}{n^2}}]^n + [a(b^n + a^n)^{\frac{m}{n^2}}]^n$, temos;

$$[(b^t + a^t)^{\frac{t(kt+1)}{t^2}}]^t = [b(b^t + a^t)^{\frac{t(kt+1)-t}{t^2}}]^t + [a(b^t + a^t)^{\frac{t(kt+1)-t}{t^2}}]^t \rightarrow$$

$$[(b^t + a^t)^{\frac{kt+1}{t}}]^t = [b(b^t + a^t)^k]^t + [a(b^t + a^t)^k]^t,$$

logo $(b^t + a^t)^{kt+1} = B^t + A^t$, perceba kt + 1 não é múltiplo de t, pois mdc(kt + 1 , t) = 1, isso é "kt + 1" e "t" são primos entre, e por Andrew Wiles é impossível $b^t + a^t = c^t$ (Ultimo Teorema de Fermat), para $t > 2$.

Pois $kt + 1 \neq t.\alpha$, com $2 < \alpha \in \mathbb{N}$, portanto não satisfaz a Eq_1, sendo assim Eq_1 não tem soluções, como é dito no T.M.

Todavia $C = \sqrt[kt+1]{B^t+A^t} \in \mathbb{N}$, EQSebá, Teorema de Sebá, verificando a igualdade; $C = \sqrt[kt+1]{B^t+A} \rightarrow C = \sqrt[kt+1]{[b\ (b^t+a^t\ )^k]^t + [a(\ b^t+a^t\ )^k]^t} \rightarrow C = \sqrt[kt+1]{b^t(\ b^t+a^t\ )^{kt} + a^t\ (\ b^t+a^t\ )^{kt}} \rightarrow \sqrt[kt+1]{(\ b^t+a^t\ )^{kt}.(\ b^t+a^t\ )} \rightarrow C = \sqrt[kt+1]{(\ b^t+a^t\ )^{kt+1}} \rightarrow C = b^t + a^t$.

3.2.3 TEOREMA DE SEBÁ

$c^m = b^n + a^n$, com $mdc(m,n)=1$

Demonstração de Sebastião Vieira do Nascimento (Sebá)

Teorema: A equação $C^m = A^n + B^n$ admite soluções naturais para m e n primos entre si.

Prova:

Seja a equação;
(1)$c^m = b^n + a^n$, sendo a, b, c, n e m inteiros positivos. Multiplicando ambos os membros da equação (1) por $(b^n + a^n)^m$ obtém-se:

(2)$c^{m*}(b^n + a^n)^m = (b^n + a^n)*(b^n + a^n)^m$, Substituindo o valor de da (1) em (2), obtém-se:
$(b^n + a^n)^{m+1} = (b^n + a^n)*(b^n + a^n)^m$
ou
(3)$(b^n + a^n)^{m+1} = b^n(b^n + a^n)^m + a^n(b^n + a^n)^m$
Se escolhermos valores para a e b tal que a ≤ b ou a≥b, e substituirmos na (3), obtém-se valores inteiros positivos para A, B e C.

Exemplo: Seja dividir um quadrado em dois cubos de várias maneiras diferentes. Seja a equação:
(4)$C^2 = B^3 + A^3$, Considere a equação:
$c^2 = b^3 + a^3$, Multiplicando ambos os membros da equação acima por $(b^3 + a^3)^m$, onde m e n $\in \mathbb{N}$, temos:

$c^2(b^3 + a^3)^m = (b^3 + a^3)(b^3 + a^3)^m$
(5)$(b^3 + a^3)^{m+1} = b^3(b^3 + a^3)^m + a^3(b^3 + a^3)^m$

Comparando a equação (5) com a equação (4), devemos decompor m em potências de 3 e m + 1 em potências de 2. Isso só será possível se m e m + 1 forem, respectivamente, múltiplos de 3 e 2. Logo:
m = 6k - 3 e m + 1 = 6k - 2, Assim, a equação (5) fica:

$(b^3 + a^3)^{6k-2} = b^3(b^3 + a^3)^{6k-3} + a^3(b^3 + a^3)^{6k-3}$
$[(b^3 + a^3)^{3k-1}]^2 = [b(b^3 + a^3)^{2k-1}]^3 + [a(b^3 + a^3)^{2k-1}]^3$, Logo, as soluções da equação dada são obtidas fazendo:

$C = (b^3 + a^3)^{3k-1}$, $B = b(b^3 + a^3)^{2k-1}$ e $A = a(b^3 + a^3)^{2k-1}$, onde $k \in N^*$, a e $b \in \mathbb{N}$.

Provando Usando o T.M Isso é quando z=m e y=x=n

Suponhamos que $Eq_1 \rightarrow c^m = b^n + a^n$, possui solução para m e n primo entre si isso é mdc(m,n)=1, com c, a, b, t, m e $n \in \mathbb{N}$, $c \neq 0$ e $Eq_2 \rightarrow c^t = c^t$ é possível encontrar uma Eq_3 que satisfaça as duas equações anteriores, se isso ocorrer logo $Eq_1 \rightarrow c = {}^m\sqrt{b^n + a^n} \in \mathbb{N}$.

Como $c \neq 0$ possamos usar os seguintes métodos; $c^m = b^n + a^n \rightarrow 1 = c^{-m*}(b^n + a^n)$, (I) elemento neutro da multiplicação $c^m = b^n + a^n \rightarrow c = (b^n + a^n)^{1/m}$, (II)

Possamos escrever Eq_2 da seguinte forma $c^t = c^t.1$, substituindo (I) em Eq_2 temos;

$c^t = c^t.c^{-m}.(b^n + a^n) \rightarrow c^t = c^{t-m}.(b^n + a^n) \rightarrow c^t = b^n c^{t-m} + a^n c^{t-m}$, ao substituir (II) temos;

$$(b^n + a^n)^{\frac{t}{m}} = b^n.(b^n + a^n)^{\frac{t-m}{m}} + a^n.(b^n + a^n)^{\frac{t-m}{m}} \rightarrow (b^n + a^n)^{\frac{t}{m}} = [b(b^n + a^n)^{\frac{t-m}{m.n}}]^n + [a(b^n + a^n)^{\frac{t-m}{m.n}}]^n$$

Para que $\frac{t-m}{m.n}$ seja natural $t - m$ deve ser múltiplo de n e m, logo $t - m = m.n.k$, com $k \in \mathbb{N}$, isolando t temos $t = m.n.k + m$, ao substituir na equação é obtido;

$$(b^n + a^n)^{\frac{m.n.\kappa + m}{m}} = [b(b^n + a^n)^{\frac{m.n.\kappa + m - m}{m.n}}]^n + [a(b^n + a^n)^{\frac{m.n.k + m - m}{m.n}}]^n$$

$$(b^n + a^n)^{nk+1} = [b(b^n + a^n)^k]^n + [a(b^n + a^n)^k]^n$$

$$(b^n + a^n)^{nk+1} = [B]^n + [A]^n$$

Resta mostrar que nk + 1 é múltiplo de m, se sim ele é da forma $nk + 1 = m.\alpha$, com $\alpha \in \mathbb{N}$ ou $b^n + a^n = C^m$

Caso ocorra algum desses dois caso temos $C^m = B^n + A^n$ então estará mostrada que Eq_1 tem solução.

Temos que $t - m = m.n.k$ dividindo ambos por m, é obtido $\frac{t}{m} - 1 = n.k$ somando 1 em ambos os lados $\frac{t}{m} = n.k + 1$, como t é múltiplo de m, portanto $\frac{t}{m} \in \mathbb{N}$, com isso possamos usar os seguintes passos;

Como $\frac{t}{m} = n.k + 1$ e $nk + 1 = m.\alpha$ isso é $\frac{t}{m} = m.\alpha \rightarrow \alpha = \frac{t}{m^2}$, se α é natural então $\frac{t}{m^2}$ deve ser natural, se somente se t também for múltiplo de m^2, más t não é múltiplo de m^2, pois ele é da forma $t = m.n.k + m$, mesmo se k fosse igual a m, seria da forma $t = n.m^2 + m = m.(nk + 1) \neq m^2.(nk + 1)$, portanto $nk + 1$ não é múltiplo de t, sendo assim o mdc(nk + 1, t)= 1, são primos entre se.

Só resta verificar se $b^n + a^n = C^m$. Sabemos que $nk + 1$ não é múltiplo de n, pois o mdc(nk + 1, n) = 1 e como a igualdade da equação $(b^n + a^n)^{nk+1} = [b(b^n + a^n)^k]^n + [a(b^n + a^n)^k]^n$ é satisfeita já mostrada anteriormente na $EQ_{Sebá}$, pelo princípio do formato ou comparação temos que:

$C^{nk+1} = B^n + A^n$ equivale a $c^m = b^n + a^n$, logo;

$(b^n + a^n)^{nk+1} = B^n + A^n \rightarrow (c^m)^{nk+1} = c^{m.(nk+1)} = [c^{nk+1}]^m = C^m = B^n + A^n$

Com isso foi satisfeita a Eq_1, falta mostrar $Eq_2 \rightarrow c^t = c^t$, perceba que: $(b^n + a^n)^{nk+1} = B^n + A^n \rightarrow (b^n + a^n)^{nk+1} = [b(b^n + a^n)^k]^n + [a(b^n + a^n)^k]^n \rightarrow$ $(c^m)^{nk+1} = [b(c^m)^k]^n + [a(c^m)^k]^n \rightarrow c^{m.(nk+1)} = [b(c^m)^k]^n + [a(c^m)^k]^n$ como $t = m.(nk + 1)$; $c^t = b^n(c^m)^{nk} + a^n(c^m)^{nk} \rightarrow c^t = (c^m)^{nk}(b^n + a^n) \rightarrow c^t = (c^m)^{nk}(c^m) \rightarrow c^t = (c^m)^{nk+1} \rightarrow c^t = c^{m.(nk+1)} = c^t$, Então provado pois Eq_3 tem propriedades tanto de Eq_1 como Eq_2.

3.2.4 PARA O CASO DE SEREM MÚLTIPLOS POR T.M

Caso (1): para y múltiplo de x isso é $y = xk$ com $k \in \mathbb{N}$
Seja Eq_1: $c^z = b^{xk} + a^x$ e Eq_2 :$c^m = c^m$, com $m > z$ e $c \neq 0$ é possível encontrar uma nova equação Eq_3, que tenha propriedades de Eq_1 e Eq_2 caso Eq_3 não tenha propriedade de Eq_1 logo Eq_1, não tem soluções inteiras.

Como $c \neq 0$, temos;
$c^z = b^{xk} + a^x \rightarrow 1 = c^{-z}.(b^{xk} + a^x)$, (I) elemento neutro da multiplicação
$c^z = b^{xk} + a^x \rightarrow c = (b^{xk}+a^x)^{1/z}$, (II)

Possamos escrever Eq_2 da seguinte maneira usando (I);
$c^m = c^m.c^{-z}.(b^{xk} + a^x) \rightarrow c^m = c^{m-z}.(b^{xk} + a^x) \rightarrow c^m = b^{xk}.c^{m-z} + a^x.c^{m-z}$, ao substituir (II) temos;

$$(b^{xk} + a^x)^{\frac{m}{z}} = b^{xk}.(b^{xk} + a^x)^{\frac{m-z}{z}} + a^x.(b^{xk} + a^x)^{\frac{m-z}{z}},$$

Colocando os xk e x em evidência temos;

$$(b^{xk} + a^x)^{\frac{m}{z}} = [b.(b^{xk} + a^x)^{\frac{m-z}{zxk}}]^{xk} + [a.(b^{xk} + a^x)^{\frac{m-z}{zx}}]^x,$$

note que o mmc (zxk, zx) e para que $\frac{m-z}{zxk}, \frac{m-z}{zx} \in \mathbb{N}$, obrigatoriamente z - m deve ser múltiplo de zxk isso é $m - z = zxk.\alpha$ com $\alpha \in \mathbb{N}$, com isso temos;

$$(b^{xk} + a^x)^{\frac{zxk.\alpha+z}{z}} = [b.(b^{xk} + a^x)^{\frac{zxk.\alpha}{zxk}}]^{xk} + [a.(b^{xk} + a^x)^{\frac{zxk.\alpha}{zx}}]^x \rightarrow$$

$(b^{xk} + a^x)^{xk.\alpha+1} = [b.(b^{xk} + a^x)^{\alpha}]^{xk} + [a.(b^{xk} + a^x)^{k.\alpha}]^x$, note que essa equação pode ser escrita da seguinte forma;

$(b^{xk} + a^x)^{xk.\alpha+1} = [b^k.(b^{xk} + a^x)^{k.\alpha}]^x + [a.(b^{xk} + a^x)^{k.\alpha}]^x$, isso é Teorema de Sebá portanto já provado logo $C^{xk.\alpha+1} = B^{xk} + A^x$ equivalente a $C^m = B^x + A^x$ pois MDC($xk.\alpha + 1$, xk)=MDC($xk.\alpha$ + 1 , x)= MDC(m,x)=1, portanto primo entre si, por sua vez equivalente Eq_1.

Verificando Eq2 que é $c^m = c^m$ $(b^{xk} + a^x)^{xk.\alpha + 1} = [b.(b^{xk} + a^x)^\alpha]^{xk} + [a.(b^{xk} + a^x)^{k.\alpha}]^x$, como $b^{xk} + a^x = c^z$ temos; $(c^z)^{xk.\alpha + 1} = [b.(c^z)^\alpha]^{xk} + [a.(c^z)^{k.\alpha}]^x \rightarrow c^{zxk.\alpha + z} = [b.c^{z\alpha}]^{xk} + [a.c^{zk.\alpha}]^x$ como $m = zxk.\alpha + z$ $c^m = b^{xk}.c^{xzk\alpha} + a^x.c^{xzk.\alpha} \rightarrow c^m = c^{xzk\alpha}(b^{xk} + a^x) \rightarrow c^m = c^{xzk\alpha}(c^z) \rightarrow c^m = c^{xzk\alpha + z} = c^m$.

Logo satisfez Eq_1 e Eq_2, portanto provado.

Caso (2): para x múltiplo de y isso é $x = yk$ com $k \in \mathbb{N}$ Essa demonstração é análoga em relação ao Caso (1), chegara que Eq_3 é; $(b^y + a^{yk})^{yk.\alpha + 1} = [b.(b^y + a^{yk})^{k.\alpha}]^y + [a.(b^y + a^{yk})^\alpha]^{yk} \rightarrow$
$(b^y + a^{yk})^{yk.\alpha + 1} = [b.(b^y + a^{yk})^{k.\alpha}]^y + [a.(b^y + a^{yk})^{k\alpha}]^y \rightarrow C^{yk.\alpha + 1} = B^y + A^y$ equivalente $C^m = B^y + A^y$ por sua vez equivalente Eq_1: $c^z = b^y + a^{yk}$ com $k, \alpha \in \mathbb{N}$.

Caso (3): para z múltiplo de x isso é $z = xk$ e MDC(z,x,y)=1, com $k \in \mathbb{N}$

Seja Eq_1: $c^{xk} = b^y + a^x$, possamos escrever Eq_1 do seguinte formato Eq_1: $b^y = c^{xk} - a^x$, e a Eq_2 será na base de b em vez de c, com $b \neq 0$ e $c > a$, logo Eq_2: $b^m = b^m$, com $m > y$, portanto é possível Eq_3 que tenha tanto propriedade de Eq_1 e Eq_2, caso não satisfaça Eq_1 então Eq_1 não possui soluções inteiras positivas.

Como $b \neq 0$ temos; $b^y = c^{xk} - a^x \rightarrow 1 = b^{-y}(c^{xk} - a^x)$, (I) elemento neutro da multiplicação $b^y = c^{xk} - a^x \rightarrow b = (c^{xk}-a^x)^{1/y}$, (II)

Eq_2 pode ser escrito da seguinte maneira $b^m = b^m.1$, substituído (I) em Eq_2 temos; $b^m = b^m.b^{-y}(c^{xk} - a^x) \rightarrow b^m = b^{m-y}(c^{xk} - a^x) \rightarrow b^m = c^{xk}.b^{m-y} - a^x.b^{m-y}$, substituindo (II)temos;

$$(c^{xk} - a^x)^{\frac{m}{y}} = c^{xk}.(c^{xk} - a^x)^{\frac{m-y}{y}} - a^x.(c^{xk} - a^x)^{\frac{m-y}{y}},$$ isolando xk e x temos;

$$(c^{xk} - a^x)^{\frac{m}{y}} = [c.(c^{xk} - a^x)^{\frac{m-y}{yxk}}]^{xk} - [a.(c^{xk} - a^x)^{\frac{m-y}{yx}}]^x,$$

MMC(xyk , x)= xyk, para que $\frac{m-y}{yxk}, \frac{m-y}{yx} \in \mathbb{N}$, m - y deve ser múltiplo de xyk, isso é $m - y = xyk.\alpha$, com $\alpha \in \mathbb{N}$, com esses dados temos;

$$(c^{xk}-a^{x})^{\frac{xyk.\alpha+y}{y}}=[c.(c^{xk}-a^{x})^{\frac{xyk.\alpha}{yxk}}]^{xk}-[a.(c^{xk}-a^{x})^{\frac{xyk.\alpha}{yx}}]^{x}\rightarrow$$

$(c^{xk}-a^{x})^{xk\alpha+1}=[c.(c^{xk}-a^{x})^{\alpha}]^{xk}-[a.(c^{xk}-a^{x})^{k.\alpha}]^{x}$, note que possamos organizar da seguinte forma;

$(c^{xk}-a^{x})^{xk\alpha+1}=[c.(c^{xk}-a^{x})^{\alpha}]^{xk}-[a.(c^{xk}-a^{x})^{k.\alpha}]^{x}\rightarrow[c.(c^{xk}-a^{x})^{\alpha}]^{xk}=(c^{xk}-a^{x})^{xk\alpha+1}+[a.(c^{xk}-a^{x})^{k.\alpha}]^{x}$, portanto z pode ser múltiplo de x, e seu MDC(z , x , y) = 1

Como z = xk, temos;
$[c.(c^{z}-a^{x})^{\alpha}]^{z}=(c^{z}-a^{x})^{z\alpha+1}+[a.(c^{z}-a^{x})^{k.\alpha}]^{x}$, com isso temos;

$C=c.(c^{z}-a^{x})^{\alpha}$, $B=c^{z}-a^{x}$ e $A=a.(c^{1}-a^{x})^{k.\alpha}$, logo $C^{z}=B^{z\alpha+1}+A^{x}$, com z=xk, isso é equivalente a Eq_1, resta mostrar que também é Eq_2: $b^{m}=b^{m}$.

$[c.(c^{z}-a^{x})^{\alpha}]^{z}=(c^{z}-a^{x})^{z\alpha+1}+[a.(c^{z}-a^{x})^{k.\alpha}]^{x}$, como $b^{y}=c^{z}-a^{x}ez=xk$, temos;

$[c.(b^{y})^{\alpha}]^{xk}=(b^{y})^{xk\alpha+1}+[a.(b^{y})^{k.\alpha}]^{x}\rightarrow c^{xk}.(b^{y})^{xk\alpha}=b^{xyk\alpha+y}+a^{x}.(b^{y})^{xk.\alpha}$, como $m=xyk\alpha+y$, temos;

$c^{xk}.b^{xyk\alpha}=b^{m}+a^{x}.b^{xyk.\alpha}\rightarrow c^{xk}.b^{xyk\alpha}-a^{x}.b^{xyk.\alpha}=b^{m}\rightarrow b^{xyk\alpha}.(c^{xk}-a^{x})=b^{m}\rightarrow b^{xyk\alpha}.(b^{y})=b^{m}\rightarrow b^{xyk\alpha+y}=b^{m}$
$\rightarrow b^{m}=b^{m}$

Portanto como Eq_3 satisfez Eq_1 e Eq_2, logo Eq_1 possui soluções nos inteiros positivos.
Caso (4) para z múltiplo de y isso é z = yk com $k\in\mathbb{N}$
Essa demonstração é análoga em relação ao Caso (3), chegam ao mesmo formato da equação Eq_3, porém com b no lugar de a, e y no lugar de x;

$[c.(c^{yk}-b^{y})^{\alpha}]^{yk}=[b.(c^{yk}-b^{y})^{k.\alpha}]^{y}+(c^{yk}-b^{x})^{yk\alpha+1}$, com $\alpha\in\mathbb{N}$.
Caso (5): para z múltiplo de x e y isso é z = xyk com MDC(z, x, y) = MDC(x, y)≥1, e $k\in\mathbb{N}$
Seja Eq_1: $c^{xyk}=b^{y}+a^{x}$ e Eq_2: $c^{m}=c^{m}$, com $c\neq0$ e $k\in\mathbb{N}$, é possível encontrar uma nova equação Eq_3, que tenha propriedades de Eq_1 e Eq_2 caso Eq_3 não tenha propriedade de Eq_1 logo Eq_1 não tem soluções inteiras.

Como $c \neq 0$ temos;
$c^{xyk} = b^y + a^x \rightarrow 1 = c^{-xyk} * (b^y + a^x)$, (I) elemento neutro da multiplicação

$$c^{xyk} = b^y + a^x \rightarrow c = (b^y + a^x)^{\frac{1}{xyk}},$$

Possamos escrever Eq_2 da seguinte maneira usando (I); $c^m = c^m.c^{-xyk}.(b^y + a^x) \rightarrow c^m = c^{m-xyk}.(b^y + a^x) \rightarrow c^m = b^y.c^{m-xyk} + a^x.c^{m-xyk}$, ao substituir (II) temos;

$$(b^y + a^x)^{\frac{m}{xyk}} = b^y.(b^y + a^x)^{\frac{m-xyk}{xyk}} + a^x.(b^y + a^x)^{\frac{m-xyk}{xyk}},$$

Colocando y e x evidência temos;

$$(b^y + a^x)^{\frac{m}{xyk}} = [b.(b^y + a^x)^{\frac{m-xyk}{xy^2k}}]^y + [a.(b^y + a^x)^{\frac{m-xyk}{x^2yk}}]^x,$$

O MMC(xy^2k , x^2yk)=x^2y^2k, para que $\frac{m-xyk}{xy^2k}, \frac{m-xyk}{x^2yk} \in \mathbb{N}$, obrigatoriamente m - xyk deve ser múltiplo de x^2y^2k isso é $m - xyk = x^2y^2k.\alpha$, com $\alpha \in \mathbb{N}$, logo temos;

$$(b^y + a^x)^{\frac{x^2y^2k.\alpha+xyk}{xyk}} = [b.(b^y + a^x)^{\frac{x^2y^2k.\alpha}{xy^2k}}]^y + [a.(b^y + a^x)^{\frac{x^2y^2k.\alpha}{x^2yk}}]^x \rightarrow \mathbf{(b^y + a^x)^{xy\alpha+1} = [b.(b^y + a^x)^{x.\alpha}]^y + [a.(b^y + a^x)^{y.\alpha}]^x},$$

Veja que $xy\alpha + 1$ não é múltiplo de xy, pois MDC($xy.\alpha + 1$, xy) = 1, logo Eq1 não tem soluções inteiras positivas para z múltiplo de x e y. Pois $b^y + a^x$ pelo princípio da comparação mostrado anteriormente equivale $c^{xyk+1} = b^y + a^x$ e como z = xyk, temos $c^{z+1} = b^y + a^x$. Portanto z + 1 não é múltiplo de x e y, logo Eq_1 não tem solução nos inteiros positivos.
Caso (6): para z múltiplo de x, e y múltiplo de x é z = xk e y = xt, com $k \geq t$ e MDC(z,x,y)=x , e $k, t \in \mathbb{N}$
Seja Eq_1: $c^{xk} = b^{xt} + a^x$ e Eq_2: $c^m = c^m$, com $c \neq 0$ e $k, t \in \mathbb{N}$, é possível encontrar uma

nova equação Eq_3, que tenha propriedades de Eq_1 e Eq_2 caso Eq_3 não tenha propriedade de Eq_1 logo Eq_1 não tem soluções inteiras.

Como $c \neq 0$ temos;
$c^{xk} = b^{xt} + a^x \rightarrow 1 = c^{-xk} * (b^{xt} + a^x)$, , (I) elemento neutro da multiplicação
$c^{xk} = b^{xt} + a^x \rightarrow c = (b^{xt} + a^x)^{1/xk}$ (II)

Possamos escrever Eq_2 da seguinte maneira usando (I); $c^m = c^m.c^{-xk}.(b^{xt} + a^x) \rightarrow c^m = c^{m-xk}.(b^{xt} + a^x) \rightarrow c^m = b^{xt}.c^{m-xk} + a^x.c^{m-xk}$, ao substituir (II) temos;

$$(b^{xt} + a^x)^{\frac{m}{xk}} = b^{xt}.(b^{xt} + a^x)^{\frac{m-xk}{xk}} + a^x.(b^{xt} + a^x)^{\frac{m-xk}{xk}}$$

, isolando xt e x temos;

$$(b^{xt} + a^x)^{\frac{m}{xk}} = [b.(b^{xt} + a^x)^{\frac{m-xk}{x^2tk}}]^{xt} + [a.(b^{xt} + a^x)^{\frac{m-xk}{x^2k}}]^{x}$$

,

MMC(x^2tk,x^2k)=x^2tk, para que $\frac{m-xk}{x^2tk}, \frac{m-xk}{x^2k} \in \mathbb{N}$ é necessário que m - xk seja múltiplo de x^2tk, isso é $m - xk = x^2tk.\alpha$, com $\alpha \in \mathbb{N}$, substituindo esses valores é obtido;

$$(b^{xt} + a^x)^{\frac{x^2tk.\alpha+xk}{xk}} = [b.(b^{xt} + a^x)^{\frac{x^2tk.\alpha}{x^2tk}}]^{xt} + [a.(b^{xt} + a^x)^{\frac{x^2tk.\alpha}{x^2k}}]^{x\ x} \rightarrow$$
$$(b^{xt} + a^x)^{xt.\alpha+1} = [b.(b^{xt} + a^x)^{\alpha}]^{xt} + [a.(b^{xt} + a^x)^{t.\alpha}]^{x}$$

como $xt.\alpha + 1$ não é múltiplo de x, resta olhar para $b^{xt} + a^x$, perceba que inicialmente Eq_1 é $c^{xk} = b^{xt} + a^x \rightarrow (c^k)^x = (b^t)^x + a^x$ Ultimo teorema de Fermat. Como Eq_3 não satisfez Eq_1, portanto Eq_1, não tem solução inteira positiva quando z é múltiplo de x, e y múltiplo de x.

Caso (7): para z múltiplo de y, e x múltiplo de y é z = yk e x = yt, com $k \geq t$ e MDC(z,x,y)=y , e $k, t \in \mathbb{N}$
Essa demonstração é análoga em relação ao Caso (6), pois recai em Ultimo teorema de Fermat.

Caso (8): para z múltiplo de y e x, x ou y múltiplo um do outro, isso é z = xyk e x = yt ou z = xyk e y = xt, com $k \geq t$ e MDC(z,x,y)=y ou MDC(z,x,y)=x , e $k, t \in \mathbb{N}$ Essa demonstração é análoga em relação ao Caso (6) e (7), pois recai em Ultimo teorema de Fermat.

Obs: $c^{xyk} = b^{xt} + a^{x} \rightarrow (c^{yk})^{x} = (b^{t})^{x} + a^{x}$ e $c^{xyk} = b^{y} + a^{yt} \rightarrow (c^{xk})^{y} = b^{y} + (a^{t})^{y}$, ambos Último Teorema de Fermat.
Conclusão para o caso de os expoentes serem múltiplos:
Não tem solução para inteiros positivos, nos Casos (5), (6), (7) e (8)

3.3 SEGUNDO TEOREMA MACENA OU S.T.M

Dado $n \geq 2$ o grau do primeiro membro da equação é sempre possível determinar um $B=(n^{m-1}+1)^{n}-(n^{m-1}-1)^{n}$, e se $MDC(a, B, c) = 1$ então n tem grau par, se o $MDC(a, B, c) = 2.t \geq 2$ então o grau n é ímpar, em ambos os casos satisfazem $a^{n} = B + c^{n}$, em particular para qualquer n par ou ímpar temos o MDC(a,B,c) = c onde c é da forma $2^{n} - 1$.
Para provar esse Teorema será necessário encontra uma Ferramenta antes de prova - la.
Ferramenta:
Para encontrar a ferramenta primeiramente devemos analisar como se comporta o binômio de Newton a partir do grau 2.

$(x + y)^{2} = 1.x^{2} + 2.x.y + 1.y^{2}$, isso é 1 2 1.
$(x + y)^{3} = 1.x^{3} + 3.x^{2}.y + 3.x.y^{2} + 1.y^{3}$, isso é 1 33 1.
$(x + y)^{4} = 1.x^{4} + 4.x^{3}.y + 6.x^{2}.y^{2} + 4.x.y^{3} + 1.y^{4}$, isso é 1 4 6 4 1.
$(x + y)^{5} = 1.x^{5} + 5.x^{4}.y + 10.x^{3}.y^{2} + 10.x^{2}.y^{3} + 5.x.y^{4} + 1.y^{5}$, isso é 15101051.
*
*

$$(x + y)^{n} = 1.x^{n} + n.x^{n-1}.y + \ldots + n.x.y^{n-1} + 1.y^{n}, \text{ isso é } 1\ n \ldots n1. \ (\mathbf{I})$$
ou
$$(x + y)^{n} = \sum_{i=0}^{n} \frac{n!}{n!(n-i)!} . x^{n-i} . y^{i}$$

Agora subtraindo x^n ou y^n em ambos os lados de (I), é obtido;

$(x + y)^n - x^n = n.x^{n-1}.y + \ldots + n.x.y^{n-1} + y^n$(I I)
ou
$(x + y)^n - y^n = 1.x^n + n.x^{n-1}.y + \ldots + n.x.y^{n-1}$(I I)

Pela diferença de duas potências do mesmo grau possamos escrever $(x + y)^n - x^n$, da seguinte forma;

$$(x+y)^n - x^n = ((x+y) - x).(\sum_{i=0}^{n-1}(x+y)^{n-1-i}.x^i) = y.(\sum_{i=0}^{n-1}(x + y)^{n-1-i}.x^i)$$

Analogamente também possamos escrever $(x + y)^n - y^n$, da seguinte forma;

$$(x+y)^n - y^n = x.(\sum_{i=0}^{n-1}(x + y)^{n-1-i}.y^i)$$

Com isso temos duas novas equações diferenciando apenas em x e y.

$$(x+y)^n = x.(\sum_{i=0}^{n-1}(x + y)^{n-1-i}.y^i) + y^n (\, I\, V\,)$$

e

$$(x+y)^n = y.(\sum_{i=0}^{n-1}(x + y)^{n-1-i}.x^i) + x^n (\, V\,)$$

Somando (I V) e (V) temos;

$$2.(x+y)^n = x.(\sum_{i=0}^{n-1}(x + y)^{n-1-i}.y^i) + y^n + y.(\sum_{i=0}^{n-1}(x + y)^{n-1-i}.x^i) + x^n$$

$$(x+y)^n = \frac{x.(\sum_{i=0}^{n-1}(x+y)^{n-1-i}.y^i) + y^n + y.(\sum_{i=0}^{n-1}(x+y)^{n-1-i}.x^i) + x^n}{2}$$

Para que $x.(\sum_{i=0}^{n-1}(x+y)^{n-1-i}.y^i) + y.(\sum_{i=0}^{n-1}(x+y)^{n-1-i}.x^i) + x^n + y^n$, seja divisível por 2, basta y ser igual a x isso é $y = x$ ou $x = y$, com isso temos

$$(2x)^n = \frac{x.(\sum_{i=0}^{n-1}(2x)^{n-1-i}.x^i) + x.(\sum_{i=0}^{n-1}(2x)^{n-1-i}.x^i) + 2x^n}{2}$$

$$(2x)^n = \frac{2x.(\sum_{i=0}^{n-1}(2x)^{n-1-i}.x^i) + 2x^n}{2}$$

$$(2x)^n = x.(\sum_{i=0}^{n-1}(2x)^{n-1-i}.x^i) + x^n$$

$$(2x)^n = x.(\sum_{i=0}^{n-1}(2)^{n-1-i}.(x)^{n-1-i}.x^i) + x^n$$

$$(2x)^n = x.(\sum_{i=0}^{n-1}(2)^{n-1-i}.x^{n-1}) + x^n$$

$$(2x)^n = x.(x^{n-1}.\sum_{i=0}^{n-1}2^{n-1-i}) + x^n$$

$$(2x)^n = x^n.\sum_{i=0}^{n-1}2^{n-1-i} + x^n$$

Dividindo pelo fator comum que é x^n temos;

$$2^n = \sum_{i=0}^{n-1}2^{n-1-i} + 1$$

$$2^n = 1 + \sum_{i=0}^{n-1}2^{n-1-i} \text{ ou } \sum_{i=0}^{n-1}2^{n-1-i} = 2^n - 1 \ (\text{VI})$$

O item (VI) é a ferramenta que será usado para provar o Teorema.

Provando os casos de n ser par ou ímpar:

Seja m ≥ 2, é possível obter equações do formato $c^n = B + a^n$, onde o MDC(c,B,a) = 1 se o grau n for par, e MDC(c, B, a) = 2.t ≥ 2, com $t \in N^*$, se o grau n é ímpar.

Método se a base é 2, será usado completando quadrados, se for 3 será completando cubos e assim por diante, até o n base usará completando a enésima potência.

Seja b uma base, com b ∈ N*, então dando iniciativa temos;

Para b = 2 temos;

$2^m = 2^m$ de fato isso é valido, possamos escrever da seguinte forma $2^m = 2^m.1$, perceba que é válida a seguinte igualdade. $2^m = 2^m.(2-1) \rightarrow 2^m = 2^{m+1} - 2^m \rightarrow 2.2^{m-1} = 2^{m+1} - 2.2^{m-1}$, para completar o

MULTIDISCIPLINARY SCIENTIFIC JOURNAL NÚCLEO DO CONHECIMENTO
REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR NÚCLEO DO CONHECIMENTO ISSN: 2448-0959
https://www.nucleodoconhecimento.com.br

quadrado do primeiro membro basta somarmos em ambos os lados $2^{2(m-1)} + 1$, com isso resulta em;

$2.2^{m-1} + 2^{2(m-1)} + 1 = 2^{m+1} - 2.2^{m-1} + 2^{2(m-1)} + 1 \rightarrow (2^{2(m-1)} + 2.2^{m-1} + 1) = 2^{m+1} + (2^{2(m-1)} - 2.2^{m-1} + 1)$, portanto temos dois quadrados perfeitos, e com isso uma nova equação;

$(2^{m-1} + 1)^2 = 2^{m+1} + (2^{m-1} - 1)^2 (1)$

O seu MDC$(2^{m-1} + 1, 2, 2^{m-1} - 1) = 1$

Veja que só depende de uma variável no caso m, Veja os exemplos usando os números.

Para m = 2

$(2^{m-1} + 1)^2 = 2^{m+1} + (2^{m-1} - 1)^2$
$(2^1 + 1)^2 = 2^3 + (2^1 - 1)^2$
$(2 + 1)^2 = 2^3 + (2 - 1)^2$
$3^2 = 2^3 + 1^2$
$9 = 8 + 1$

Para m = 3

$(2^{m-1} + 1)^2 = 2^{m+1} + (2^{m-1} - 1)^2$
$(2^2 + 1)^2 = 2^4 + (2^2 - 1)^2$
$(4 + 1)^2 = 2^4 + (4 - 1)^2$
$5^2 = 2^4 + 3^2$
$5^2 = 4^2 + 3^2$
$25 = 16 + 9$

Para m = 4

$(2^{m-1} + 1)^2 = 2^{m+1} + (2^{m-1} - 1)^2$
$(2^3 + 1)^2 = 2^5 + (2^3 - 1)^2$

$(8 + 1)^2 = 2^5 + (8 - 1)^2$

$9^2 = 2^5 + 7^2$

$(3^2)^2 = 2^5 + 7^2$

$3^4 = 2^5 + 7^2$

$81 = 32 + 49$

Para m = 5

$(2^{m-1} + 1)^2 = 2^{m+1} + (2^{m-1} - 1)^2$

$(2^4 + 1)^2 = 2^6 + (2^4 - 1)^2$

$(16 + 1)^2 = 2^6 + (16 - 1)^2$

$17^2 = 2^6 + 15^2$

$289 = 64 + 225$

Para m = 6

$(2^{m-1} + 1)^2 = 2^{m+1} + (2^{m-1} - 1)^2$

$(2^5 + 1)^2 = 2^7 + (2^5 - 1)^2$

$(32 + 1)^2 = 2^7 + (32 - 1)^2$

$33^2 = 2^7 + 31^2$

$1089 = 128 + 961$

E assim por diante.

Para b = 3, temos;

$3^m = 3^m$ de fato isso é valido, possamos escrever da seguinte forma $3^m = 3^m.1$, perceba que é válida a seguinte igualdade. $3^m = 3^m.1 \rightarrow 3^m = 3^m.(3 - 2) \rightarrow 3^m = 3^{m+1} - 2.3^m \rightarrow 3.3^{m-1} = 3^{m+1} - 3.2.3^{m-1}$, para completar o cubo no primeiro lado da igualdade basta somarmos $3^{3(m-1)} + 3.3^{2(m-1)} + 1$em ambos os lados, com isso resulta em; $3.3^{m-1} + 3^{3(m-1)} + 3.3^{2(m-1)} + 1 = 3^{m+1} - 2.3^m + 3^{3(m-1)} + 3.3^{2(m-1)} + 1 \rightarrow (3^{3(m-1)} + 3.3^{2(m-1)} + 3.3^{m-1} + 1) = 3^{m+1} + 3^{3(m-1)} + 3.3^{2(m-1)} + - 3.2.3^{m-1} + 1 \rightarrow (3^{m-1} + 1)^3 = 3^{m+1} + 3^{3(m-1)} + 3.3^{2(m-1)} - 2.3^m + 1$, deve existir algum $k \in \mathbb{N}$, que somado e subtraído que gerem um cubo perfeito no segundo lado da igualdade assim como ocorreu no exemplo anterior sendo assim temos; $(3^{m-1}+1)^3 = [3^{m+1} + 3^{3(m-1)} + 3.3^{2(m-1)} - 2.3^m + 1 + k] - k$, para determinar k, basta $3^{m+1} + 3^{3(m-1)} + 3.3^{2(m-1)} - 2.3^m + 1 + k = (3^{m-1} - 1)^3$;

$$3^{m+1} + 3^{3(m-1)} + 3.3^{2(m-1)} - 2.3^m + 1 + k = 3^{3(m-1)} - 3.3^{2(m-1)} + 3.3^{m-1} - 1$$
$$3^{m+1} + 3.3^{2(m-1)} - 2.3^m + 1 + k = -3.3^{2(m-1)} + 3.3^{m-1} - 1$$
$$k = -3^{m+1} - 3.3^{2(m-1)} - 3.3^{2(m-1)} + 3.3^{m-1} + 2.3^m - 1 - 1$$
$$k = -3^{m+1} - 6.3^{2(m-1)} + 3.3^{m-1} + 2.3^m - 2$$
$$k = -3^{m+1} - 2.3.3^{2(m-1)} + 3^m + 2.3^m - 2$$
$$k = -3^{m+1} - 2.3^{2(m-1)+1} + 3.3^m - 2$$
$$k = -3^{m+1} - 2.3^{2m-1} + 3.3^m - 2$$
$$k = -3^{m+1} - 2.(3^{2m-1} + 1) + 3.3^m$$
$$k = -3^{m+1} - 2.(3^{2m-1} + 1) + 3^{m+1}$$
$$k = -2.(3^{2m-1} + 1)$$

Logo

$$-k = 2.(3^{2m-1} + 1)$$

Com isso temos outra equação

$$(3^{m-1}+1)^3 = [3^{m+1} + 3^{3(m-1)} + 3.3^{2(m-1)} - 2.3^m + 1 + k] - k$$
$$(3^{m-1}+1)^3 = (3^{m-1} - 1)^3 + 2.(3^{2m-1} + 1)$$

$$(3^{m-1}+1)^3 = 2.(3^{2m-1} + 1) + (3^{m-1} - 1)^3 \quad (2)$$

Como $3^{m-1} + 1$, $2.(3^{2m-1} + 1)$ e $3^{m-1} - 1$, são pares pois potência de 3 é sempre impar somando 1 ou subtraindo 1 dessa potência isso nos dar um par. Portanto o $MDC(3^{m-1} + 1, 2.(3^{2m-1} + 1), 3^{m-1} - 1) = 2.t \geq 2$, com $t \in N^*$. Exemplo em números:

Para m = 2 temos;

$$(3^{m-1}+1)^3 = 2.(3^{2m-1} + 1) + (3^{m-1} - 1)^3$$
$$(3^1+1)^3 = 2.(3^3 + 1) + (3^1 - 1)^3$$

$(4)^3 = 2.(28) + (2)^3$

$4^3 = 2.28 + 2^3$, MDC(4 , 2.28 , 2) = 2

$64 = 56 + 8$

Para m = 3 temos;

$(3^{m-1} + 1)^3 = 2.(3^{2m-1} + 1) + (3^{m-1} - 1)^3$

$(3^2 + 1)^3 = 2.(3^5 + 1) + (3^2 - 1)^3$

$(10)^3 = 2.(244) + (8)^3$

$10^3 = 2.244 + 8^3$

$1000 = 488 + 512$

E assim por diante.

O método mais rápido de encontrarmos essas equações é usando $c^n = B + a^n$ onde $c = n^{m-1}+1$ e $a = n^{m-1}-1$, isso é;

$$(n^{m-1} + 1)^n = B + (n^{m-1} - 1)^n \rightarrow B = (n^{m-1} + 1)^n - (n^{m-1} - 1)^n \rightarrow$$
$$B = [(n^{m-1} + 1) - (n^{m-1} - 1)].\sum_{i=0}^{n-1} (n^{m-1} + 1)^{n-1-i}.(n^{m-1} - 1)^i$$

$$B = 2.\sum_{i=0}^{n-1} (n^{m-1} + 1)^{n-1-i}.(n^{m-1} - 1)^i$$

Então a equação geral é;

$$(n^{m-1} + 1)^n = (n^{m-1} - 1)^n + 2.\sum_{i=0}^{n-1} (n^{m-1} + 1)^{n-1-i}.(n^{m-1} - 1)^i$$

Se n é de grau 2 temos;

$$B = 2.\sum_{i=0}^{n-1}(n^{m-1}+1)^{n-1-i}.(n^{m-1}-1)^{i} \rightarrow B = 2.\sum_{i=0}^{1}(2^{m-1}+1)^{1-i}.(2^{m-1}-1)^{i} \rightarrow$$

$$B = 2.((2^{m-1}+1)^{1}.(2^{m-1}-1)^{0} + (2^{m-1}+1)^{0}.(2^{m-1}-1)^{1}) \rightarrow B = 2.((2^{m-1}+1).1 + 1.(2^{m-1}-1)^{1}) \rightarrow$$

$$B = 2.(2^{m-1}+1+2^{m-1}-1) \rightarrow B = 2.(2.2^{m-1}) \rightarrow B = 2.(2^{m}) \rightarrow B = 2^{m+1}$$

Portanto;

$(n^{m-1}+1)^{n} = B + (n^{m-1}-1)^{n}$

$(2^{m-1}+1)^{2} = 2^{m+1} + (2^{m-1}-1)^{2}$(1)

$MDC(2^{m-1}+1, 2, 2^{m-1}-1) = 1$, com $m \geq 2$.

Se n é de grau 3 temos;

$$B = 2.\sum_{i=0}^{n-1}(n^{m-1}+1)^{n-1-i}.(n^{m-1}-1)^{i}$$
$$B = 2.\sum_{i=0}^{2}(3^{m-1}+1)^{2-i}.(3^{m-1}-1)^{i}$$

$B = 2.((3^{m-1}+1)^{2}.(3^{m-1}-1)^{0} + (3^{m-1}+1)^{1}.(3^{m-1}-1)^{1} + (3^{m-1}+1)^{0}.(3^{m-1}-1)^{2})$

$B = 2.((3^{m-1}+1)^{2} + (3^{m-1}+1).(3^{m-1}-1) + (3^{m-1}-1)^{2})$

$B = 2.((3^{2(m-1)} + 2.3^{m-1} + 1) + 3^{2(m-1)} - 1 + (3^{2(m-1)} - 2.3^{m-1} + 1))$

$B = 2.(2.3^{2(m-1)} + 1 + 3^{2(m-1)})$

$B = 2.(3^{2(m-1)}(2+1) + 1)$

$B = 2.(3^{2(m-1)}(3) + 1)$

$B = 2.(3^{2(m-1)+1} + 1)$

$B = 2.(3^{2m-1} + 1)$

MULTIDISCIPLINARY SCIENTIFIC JOURNAL NÚCLEO DO CONHECIMENTO
REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR NÚCLEO DO CONHECIMENTO ISSN: 2448-0959
https://www.nucleodoconhecimento.com.br

Portanto;

$(n^{m-1} + 1)^n = B + (n^{m-1} - 1)^n$

$(3^{m-1} + 1)^3 = 2.(3^{2m-1} + 1) + (3^{m-1} - 1)^3$(2)

MDC($3^{m-1} + 1$, $2.(3^{2m-1} + 1)$, $3^{m-1} - 1$) = 2.t ≥ 2, com $t \in N^*$ e $m \geq 2$

Se n é de grau 4 temos;

$$B = 2.\sum_{i=0}^{n-1}(n^{m-1}+1)^{n-1-i}.(n^{m-1}-1)^i$$
$$B = 2.\sum_{i=0}^{3}(4^{m-1}+1)^{3-i}.(4^{m-1}-1)^i$$

$B = 2.((4^{m-1} + 1)^3.(4^{m-1} - 1)^0 + 4^{m-1} + 1)^2.(4^{m-1} - 1)^1 + 4^{m-1} + 1)^1.(4^{m-1} - 1)^2 + 4^{m-1} + 1)^0.(4^{m-1} - 1)^3)$

$B = 2.(4^{3m-2} + 4^m)$ ou $B = 2^{2m+1}.(2^{4(m-1)} + 1)$ ou $B = 2^{6m-3} + 2^{2m+1}$ ou $B = 8^{2m-1} + 2^{2m+1}$

Fazendo os cálculos corretamente chegara em;

B = 2.(43m − 2 + 4m) ou B = 22m + 1.(24(m − 1) + 1) ou B = 26m − 3 + 22m + 1 ou B = 82m − 1 + 22m + 1

Portanto temos;

$(n^{m-1} + 1)^n = B + (n^{m-1} - 1)^n$
$(4^{m-1} + 1)^4 = 2.(4^{3m-2} + 4^m) + (4^{m-1} - 1)^4$(3)
O MDC($4^{m-1} + 1$, $2.(4^{3m-2} + 4^m)$, $4^{m-1} - 1$) = 1, com $m \geq 2$

ou

$(2^{2(m-1)} + 1)^4 = 2^{2m+1}.(2^{4(m-1)} + 1) + (2^{2(m-1)} - 1)^4$
O MDC($2^{2(m-1)} + 1$, $2^{2m+1}.(2^{4(m-1)} + 1)$, $2^{2(m-1)} - 1$) = 1, com $m \geq 2$

ou

$(2^{2(m-1)} + 1)^4 = 2^{6m-3} + 2^{2m+1} + (2^{2(m-1)} - 1)^4$

O MDC$(2^{2(m-1)} + 1, 2^{6m-3}, 2^{2m+1}, 2^{2(m-1)} - 1) = 1$, com $m \geq 2$

Se n é de grau 5 temos;

$$B = 2.\sum_{i=0}^{n-1}(n^{m-1}+1)^{n-1-i}.(n^{m-1}-1)^i$$
$$B = 2.\sum_{i=0}^{4}(5^{m-1}+1)^{4-i}.(5^{m-1}-1)^i$$

$B = 2((5^{m-1} + 1)^{4-0}.(5^{m-1} - 1)^0 + (5^{m-1} + 1)^{4-1}.(5^{m-1} - 1)^1 + (5^{m-1} + 1)^{4-2}.(5^{m-1} - 1)^2 + (5^{m-1} + 1)^{4-3}.(5^{m-1} - 1)^3 + (5^{m-1} + 1)^{4-4}.(5^{m-1} - 1)^4)$

$B = 2((5^{m-1} + 1)^4 + (5^{m-1} + 1)^3.(5^{m-1} - 1) + (5^{m-1} + 1)^2.(5^{m-1} - 1)^2 + (5^{m-1} + 1).(5^{m-1} - 1)^3 + (5^{m-1} - 1)^4)$

Fazendo os cálculos chegará que B vale;

$B = 2.(5^{4m-3} + 2.5^{2m-1} + 1)$

Portanto a equação para o grau 5 é;

$(5^{m-1} + 1)^5 = 2.(5^{4m-3} + 2.5^{2m-1} + 1) + (5^{m-1} - 1)^5 (4)$

MDC$(5^{m-1} + 1, 2.(5^{4m-3} + 2.5^{2m-1} + 1), 5^{m-1} - 1) = 2.t \geq 2$, com $t \in N^*$ e $m \geq 2$.

Se n é de grau 6 temos;

$$B = 2.\sum_{i=0}^{n-1}(n^{m-1}+1)^{n-1-i}.(n^{m-1}-1)^i$$
$$B = 2.\sum_{i=0}^{5}(6^{m-1}+1)^{5-i}.(6^{m-1}-1)^i$$

$B = 2.((6^{m-1} + 1)^{5-0}.(6^{m-1} - 1)^0 + (6^{m-1} + 1)^{5-1}.(6^{m-1} - 1)^1 + (6^{m-1} + 1)^{5-2}.(6^{m-1} - 1)^2 + (6^{m-1} + 1)^{5-3}.(6^{m-1} - 1)^3 + (6^{m-1} + 1)^{5-4}.(6^{m-1} - 1)^4 + (6^{m-1} + 1)^{5-5}.(6^{m-1} - 1)^5)$

B = $2.((6^{m-1}+1)^5+(6^{m-1}+1)^4.(6^{m-1}-1)+(6^{m-1}+1)^3.(6^{m-1}-1)^2+(6^{m-1}+1)^2.(6^{m-1}-1)^3+(6^{m-1}+1).(6^{m-1}-1)^4+(6^{m-1}-1)^5)$

Fazendo os cálculos corretamente vai chegar em;

B = $2.(6^{5m-4}+20.6^{3m-3}+6^m)$, ou B = $2.6^m.(6^{4m-4}+20.6^{2m-3}+1)$ e a equação é;

$(6^{m-1}+1)^6 = 2.6^m.(6^{4m-4}+20.6^{2m-3}+1)+(6^{m-1}-1)^6$(5)

Com MDC$(6^{m-1}+1,\ 2.6^m.(6^{4m-4}+20.6^{2m-3}+1),\ 6^{m-1}-1)=1$, com $m \geq 2$

Então perceba que foi satisfeitas as condições de (1) até (5) para os casos onde n é par e n é ímpar.

Para que possamos provar essa equação devemos mostrar para o caso geral não somente de (1) até (5) e sim de (1) até (n).

Para n par:
Seja n =2k com k ∈ N*, pelos exemplos anteriores o MDC(a,B,c)=1, ao Substituído em B é obtido;

$$\mathrm{B} = 2.\sum_{i=0}^{n-1}(n^{m-1}+1)^{n-1-i}.(n^{m-1}-1)^i$$
$$\mathrm{B} = 2.\sum_{i=0}^{2k-1}((2k)^{m-1}+1)^{2k-1-i}.((2k)^{m-1}-1)^i$$

Pela definição de Par o B já é um Par, então é divisível por 2, resta verificar c e a. Se c e a forem Ímpar então o MDC(c,B,a) é 1, caso c e b seja Par então o MDC(c,B,a) é $2.t \geq 2$, com t ∈ N*.

Como $c = n^{m-1}+1$ e $a = n^{m-1}-1$ da equação $c^n = B + a^n$ ao substituir os valores de n e B temos;

$$[(2k)^{m-1}+1]^{2k} = 2.\{\sum_{i=0}^{2k-1}[(2k)^{m-1}+1)^{2k-1-i}].[(2k)^{m-1}-1]^{i}\} + [(2k)^{m-1}-1]^{2k}$$

$$[2^{m-1}.k^{m-1}+1]^{2k} = [2^{m-1}.k^{m-1}-1]^{2k} + 2.\sum_{i=0}^{2k-1}[(2k)^{m-1}+1)^{2k-1-i}].[(2k)^{m-1}-1]^{i}$$

$$[2.2^{m-2}.k^{m-1}+1]^{2k} = [2.2^{m-2}.k^{m-1}-1]^{2k} + 2.\sum_{i=0}^{2k-1}[(2k)^{m-1}+1)^{2k-1-i}].[(2k)^{m-1}-1]^{i}$$

$$[2.(2^{m-2}.k^{m-1})+1]^{2k} = [2.(2^{m-2}.k^{m-1})-1]^{2k} + 2.\sum_{i=0}^{2k-1}[(2k)^{m-1}+1)^{2k-1-i}].[(2k)^{m-1}-1]^{i}$$

Portanto $2.(2^{m-2}.k^{m-1})+1$ como $2.(2^{m-2}.k^{m-1})-1$, são impares, logo a e c são impares, com isso o único valor que divide a, B e c é 1.

Para n Impar:
Seja $n = 2k+1$ com $k \in N^*$, pelos exemplos anteriores o MDC(a,B,c)=1, ao Substituído em B é obtido;

$$B = 2.\sum_{i=0}^{n-1}(n^{m-1}+1)^{n-1-i}.(n^{m-1}-1)^{i}$$
$$B = 2.\sum_{i=0}^{2k}[(2k+1)^{m-1}+1]^{2k-i}.[(2k+1)^{m-1}-1]^{i}$$

Pela definição de par o B já é um par, então é divisível por 2, resta verificar c e a. Se c e a forem impar então o MDC(c,B,a) é 1, caso c e b seja par então o MDC(c,B,a) é $2.t \geq 2$, com $t \in N^*$.

Como $c = n^{m-1}+1$ e $a = n^{m-1}-1$ da equação $c^n = B + a^n$ ao substituir os valores de n e B temos;

$$[(2k+1)^{m-1}+1]^{2k+1} = [(2k+1)^{m-1}-1]^{2k+1} + 2.\sum_{i=0}^{2k}[(2k+1)^{m-1}+1]^{2k-i}.[(2k+1)^{m-1}-1]^{i}$$

Como 2k + 1 é impar se elevarmos ao quadrado também é ímpar: $(2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 2.(2k^2 + 2k) + 1$
Se somarmos 1 em ambos os lados ou subtraímos 1 isso é um par? $(2k+1)^2 + 1 = 2.(2k^2 + 2k) + 2 = 2.[2k^2 + 2k + 1]$ é um par, e $(2k+1)^2 - 1 = 2.(2k^2 + 2k) - 2 = 2.[2k^2 + 2k - 1]$ é um par .

Como 2k + 1 é ímpar se elevarmos ao cubo também é ímpar: $(2k+1)^3 = 8k^3 + 12k^2 + 6k + 1 = 2.(4k^3 + 6k^2 + 3k) + 1$
Se somarmos 1 em ambos os lados ou subtraímos 1 isso é um par? $(2k+1)^3 + 1 = 2.(4k^3 + 6k^2 + 3k) + 2 = 2.[4k^3 + 6k^2 + 3k + 1]$ é um par, e $(2k+1)^3 - 1 = 2.(4k^3 + 6k^2 + 3k) - 2 = 2.[4k^3 + 6k^2 + 3k - 1]$ é um par .

Como 2k + 1 é ímpar se elevarmos a quarta potência também é ímpar: $(2k+1)^4 = 16k^4 + 32k^3 + 6k + 1 = 2.(8k^4 + 16k^3 + 3k^2) + 1$
Se somarmos 1 em ambos os lados ou subtraímos 1 isso é um par? $(2k+1)^4 + 1 = 2.(8k^4 + 16k^3 + 3k^2) + 2 = 2.[8k^4 + 16k^3 + 3k^2 + 1]$é um par, e $(2k+1)^4 - 1 = 2.(8k^4 + 16k^3 + 3k^2) - 2 = 2.[8k^4 + 16k^3 + 3k^2 - 1]$é um par .

se continuar sempre será um par portanto $(2k+1)^{m-1} + 1$ e $(2k+1)^{m-1} - 1$ é par e como B também é par, logo o menor valor que divide c,B e a é 2, logo $MDC(a, B, c) = 2.t \geq 2$, com $t \in N^*$

Portanto temos as duas Equações principais:

$$(*)2^n = 1 + \sum_{i=0}^{n-1} 2^{n-1-i}$$

$$(**)(n^{m-1} + 1)^n = (n^{m-1} - 1)^n + 2.\sum_{i=0}^{n-1} (n^{m-1} + 1)^{n-1-i}.(n^{m-1} - 1)^i$$

3.3.1 PROVANDO S.T.M

Para provar S.T.M só falta mostrar que independente do n se é par ou ímpar temos MDC(a,B,c) = c onde $c = 2^n - 1$ já foi mostrado que (**) tem MDC diferente se n é par assim como n é ímpar. Mas se usarmos a ferramenta (*) que foi gerada a partir do binômio de Newton, ao fazer x = y foi reduzido para a seguinte equação;

MULTIDISCIPLINARY SCIENTIFIC JOURNAL NÚCLEO DO CONHECIMENTO
REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR NÚCLEO DO CONHECIMENTO ISSN: 2448-0959
https://www.nucleodoconhecimento.com.br

$$(2x)^n = x^n.(\sum_{i=0}^{n-1} 2^{n-1-i}) + x^n(I_1)$$

Como $(*)$ é $2^n = 1 + \sum_{i=0}^{n-1} 2^{n-1-i}$ ao isolarmos $\sum_{i=0}^{n-1} 2^{n-1-i}$ temos;

$$\sum_{i=0}^{n-1} 2^{n-1-i} = 2^n - 1(I_2)$$

Ao substituir (I2) e (I1) é obtido;

$(2x)^n = x^n.(2^n - 1) + x^n$

Para que o primeiro lado da equação seja escrito como a soma de duas potências do segundo lado da equação, e como o fator comum é x^n, todavia como não foi definido qual valor de x, então basta x ser escrito como $2^n - 1$, dito isso a equação só irá depender do grau n, portanto temos;

$(2x)^n = x^n.(2^n - 1) + x^n$
$(2.(2^n - 1))^n = (2^n - 1)^n.(2^n - 1) + (2^n - 1)^n$

Portanto outra equação que só depende de uma variável.

$(2.(2^n - 1))^n = (2^n - 1)^{n+1} + (2^n - 1)^n$

Dados para essa nova Equação;
$a = 2.(2^n - 1)$, $B = (2^n - 1)^{n+1}$ e $c = 2^n - 1$

$MDC(a,B,c)=MDC(2.(2^n - 1), (2^n - 1)^{n+1}, 2^n - 1) = 2^n - 1 = c$
para n par
Isso é n=2k com $k \in N^*$

$MDC(2.(2^{2k} - 1), (2^{2k} - 1)^{2k+1}, 2^{2k} - 1) = 2^{2k} - 1 = c$

para n impar
Isso é n= 2k + 1 com $k \in N^*$

$MDC(2.(2^{2k+1} - 1), (2^{2k+1} - 1)^{2k+2}, 2^{2k+1} - 1) = 2^{2k+1} - 1 = c$

De fato está provado pois foi atendida todas as afirmações que o S.T.M propôs. Teste com números;
Para n = 2 temos;

$(2.(2^n - 1))^n = (2^n - 1)^{n+1} + (2^n - 1)^n$

$(2.(2^2 - 1))^2 = (2^2 - 1)^{2+1} + (2^2 - 1)^2$

$(2.(3))^2 = 3^3 + 3^2$

$6^2 = 3^3 + 3^2$

$36 = 27 + 9$

Para n = 3 temos;

$(2.(2^n - 1))^n = (2^n - 1)^{n+1} + (2^n - 1)^n$

$(2.(2^3 - 1))^3 = (2^3 - 1)^{3+1} + (2^2 - 1)^3$

$(2.(7))^3 = 7^4 + 7^3$

$14^3 = 7^4 + 7^3$

$2744 = 2401 + 343$

No momento S.T.M aparentemente duas equações, porém só uma está no formato da Conjectura que é;

$(2^{m-1} + 1)^2 = 2^{m+1} + (2^{m-1} - 1)^2$

$MDC(2^{m-1} + 1, 2, 2^{m-1} - 1) = 1$, com $m \geq 2$. "Não está, pois contém 2 como expoente"

e

$(2.(2^n - 1))^n = (2^n - 1)^{n+1} + (2^n - 1)^n$

$MDC(2.(2^n - 1), 2^n - 1, 2^n - 1) = 2^n - 1$, com $n \geq 2$. " se n>2 então pertence a Conjectura de Beal"

3.4 OUTRAS EQUAÇÕES GERADAS PELO MÉTODO DE S.T.M.

F_1: $\Rightarrow$ $(2^{m-1} + 2^{k-1})^2 = 2^{k(m+1)} + (2^{m-1} - 2^{k-1})^2$

É a geral da (1). $MDC(2^{m-1} + 2^{k-1}, 2, 2^{m-1} - 2^{k-1}) = 1$, com $k = 1$ e $m \geq 2$.

ou

$MDC(2^{m-1} + 2^{k-1}, 2, 2^{m-1} - 2^{k-1}) = 2$, com $m \geq 2$ e $m > k > 1$.

Tipo se m = 4, então k pode ser 3,2 e 1.

F_2: $\Rightarrow$ $(2^{m-1}.k^m + k)^2 = (2k)^{m+1} + (2^{m-1}.k^m - k)^2$

Essa é a equação geral da anterior . $MDC(2^{m-1}.k^m + k, 2k, 2^{m-1}.k^m - k) = k$, com $m \geq 2$ e $k \in N^*$.

F_3: $\Rightarrow$ $(2^m + k^{m+2})^2 = (2k)^{m+2} + (2^m - k^{m+2})^2$

ou

$(2^m + k^{m+2})^2 = (2k)^{m+2} + (k^{m+2} - 2^m)^2$

Se m = 0 e k for par temos; $MDC(1 + k^2, 2k, |1 - k^2|) = 1$, com $k \in N^*$.

Se m = 0 e k for ímpar temos; $MDC(1 + k^2, 2k, |1 - k^2|) = 2\alpha \geq 2$, com $k, \alpha \in N^*$.

Se k for ímpar temos; $MDC(2^m + k^{m+2}, 2k, |2^m - k^{m+2}|) = 1$, com $m \geq 1$ e $k \in N^*$.

Se k for par temos; $MDC(2^m + k^{m+2}, 2k, |2^m - k^{m+2}|) = 2\alpha \geq 2$, com $m \geq 1$ e $k, \alpha \in N^*$.

Formula Geral do Formato $C^2 = B + A^2 \Rightarrow C^2 = b^m + A^2$

G_1: $\Rightarrow$ $(a^m + 2^{m-2}.t^m)^2 = (2.a.t)^m + (a^m - 2^{m-2}.t^m)^2$

Dados:

$C = a^m + 2^{m-2}.t^m$, $b = 2.a.t$ e $A = |a^m - 2^{m-2}.t^m|$

(i) Se a é ímpar e $m > 2$ o MDC(C,b,A)=1, $\forall t \in N^*$.

(ii) Se a é ímpar com $m = 2$ e t um Par, o MDC(C,b,A)=1 .

(iii) Se a é ímpar com $m = 2$ e t um Ímpar, o $MDC(C, b, A) = 2\alpha \geq 2$ com $\alpha \in N^*$.

(iv) Se a é par e $m > 2$ o $MDC(C, b, A) = 2\alpha \geq 2$, $\forall t, \alpha \in N^*$.

(v) Se a é par com $m = 2$ e t um Ímpar o $MDC(C, b, A) = 1$, $t \in N^*$.

(vi) Se a é par com $m = 2$ e t um Par o $MDC(C, b, A) = 2\alpha \geq 2$, $t, \alpha \in N^*$.

Como surgiu cada Formula ou Equação:
A ideia surgiu devido a conjectura de Fermat–Catalan, pois ao ter $C^z = B^y + A^x$, só possui uma quantidade finita de soluções em que A, B, e C sejam inteiros positivos sem fatores primos em comum e x, y, e z sejam inteiros positivos satisfazendo ()/() < 1, pois Todas as soluções terão 2 como um dos expoentes. Devido a isso seria possível que fixando o expoente 2 na diferença de quadrados teria resultados satisfatório no formato da conjectura? Ao usar o mesmo método de S.T.M, foi surgindo novas equações com soluções nos inteiros positivos.

F_1: Seja $(2^r + 2^s)^2 = B + (2^r - 2^s)^2 \Rightarrow B = (2^r + 2^s)^2 - (2^r - 2^s)^2$, com $B, r, s \in \mathbb{N}$ onde $r > s$, r e s variáveis não definidas no momento.

$B = (2^r + 2^s)^2 - (2^r - 2^s)^2 \rightarrow B = (2^r + 2^s - 2^r + 2^s).(2^r + 2^s + 2^r - 2^s) \rightarrow B = (2^s + 2^s).(2^r + 2^r) \rightarrow B = 2^{s+1}.2^{r+1} \rightarrow B = 2^{s+r+2}$

Ao adaptar s e r nas variáveis m e k como S.T.M, temos que $m > k$ subtraindo 1 em ambos os lados temos $m - 1 > k - 1$ ao compara $r > s$, temos que $r = m - 1$ e $s = k - 1$, com isso temos $B = 2^{k-1+m-1+2} \rightarrow B = 2^{m+k-2+2} \rightarrow B = 2^{m+k}$, portanto a equação é;

F_1: $\Rightarrow (2^{m-1} + 2^{k-1})^2 = 2^{m+k} + (2^{m-1} - 2^{k-1})^2$

Se k for 1, então $MDC(2^{m-1} + 2^{1-1}, 2, 2^{m-1} - 2^{1-1}) = MDC(2^{m-1} + 2^0, 2, 2^{m-1} - 2^0) = MDC(2^{m-1} + 1, 2, 2^{m-1} - 1) = 1$, $\forall m \in N^*$

Exemplo ao usar essa equação que tem MDC=1, com m = 2, 3, 5, 6. ; m não pode ser 1 pois k era 1.

Para m = 2
$(2^{2-1} + 1)^2 = 2^{2+1} + (2^{2-1} - 1)^2 \rightarrow 3^2 = 2^3 + 1^2 \rightarrow 9 = 8 + 1$

Para m = 3
$(2^{3-1}+1)^2 = 2^{3+1} + (2^{3-1}-1)^2 \rightarrow 5^2 = 2^4 + 3^2 \rightarrow 25 = 16 + 9$

Para m = 4
$(2^{4-1}+1)^2 = 2^{4+1} + (2^{4-1}-1)^2 \rightarrow 9^2 = 2^5 + 7^2 \rightarrow 3^4 = 2^5 + 7^2 \rightarrow 81 = 32 + 49$

Para m = 5
$(2^{5-1}+1)^2 = 2^{5+1} + (2^{5-1}-1)^2 \rightarrow 17^2 = 2^6 + 15^2 \rightarrow 289 = 64 + 225$

Para m = 6
$(2^{6-1}+1)^2 = 2^{6+1} + (2^{6-1}-1)^2 \rightarrow 33^2 = 2^7 + 31^2 \rightarrow 1089 = 128 + 961$

Se $k > 1$, então $MDC(2^{m-1} + 2^{k-1}, 2, 2^{m-1} - 2^{k-1}) = 2$, $\forall m, k \in N^*$, onde $m > k$

Exemplo se m = 5, então k varia entre 2 até 4.

$(2^{m-1} + 2^{k-1})^2 = 2^{m+k} + (2^{m-1} - 2^{k-1})^2 \rightarrow (2^{5-1} + 2^{k-1})^2 = 2^{5+k} + (2^{5-1} - 2^{k-1})^2 \rightarrow (2^4 + 2^{k-1})^2 = 2^{5+k} + (2^4 - 2^{k-1})^2$

Para k = 2
$(2^4 + 2^{2-1})^2 = 2^{5+2} + (2^4 - 2^{2-1})^2 \rightarrow (2^4 + 2^1)^2 = 2^7 + (2^4 - 2^1)^2$
$\rightarrow 18^2 = 2^7 + 14^2 \rightarrow 324 = 128 + 196$

Para k = 3
$(2^4 + 2^{3-1})^2 = 2^{5+3} + (2^4 - 2^{3-1})^2 \rightarrow (2^4 + 2^2)^2 = 2^8 + (2^4 - 2^2)^2$
$\rightarrow 20^2 = 2^8 + 12^2 \rightarrow 400 = 256 + 144$

Para k = 4
$(2^4 + 2^{4-1})^2 = 2^{5+4} + (2^4 - 2^{4-1})^2 \rightarrow (2^4 + 2^3)^2 = 2^9 + (2^4 - 2^3)^2$
$\rightarrow 24^2 = 2^9 + 8^2 \rightarrow 24^2 = 2^9 + 2^6 \rightarrow 576 = 512 + 64$

F_2: Seja $(2^s.k^r + k)^2 = B + (2^s.k^r - k)^2 \Rightarrow B = (2^s.k^r + k)^2 - (2^s.k^r - k)^2$, com $B, k, r, s \in \mathbb{N}$ onde $r > s$, r e s variáveis não definidas no momento.

$B = (2^s.k^r + k)^2 - (2^s.k^r - k)^2 \rightarrow B = (2^s.k^r + k - 2^s.k^r + k).(2^s.k^r + k + 2^s.k^r - k) \rightarrow B = (2k).(2^{s+1}.k^r) \rightarrow B = 2k.2^{s+1}.k^r \rightarrow B = 2^{s+2}.k^{r+1}$, Para que B seja escrito como uma potência basta $s + 2 = r + 1$, isso resulta que $B = (2k)^{r+1}$ ou $B = (2k)^{s+2}$, Porém para que isso seja verdade r deve ser maior que s isso é $r > s$.

Hipótese $s + 2 = r + 1 \Rightarrow s = r - 1$ e tese $r > s$

Temos que $s + 1 > s$ somando 1 em ambos os lados $s + 2 > s + 1 \Rightarrow r + 1 = s + 2 > s + 1 > s \Rightarrow r + 1 > s$ por sua vez $r + 1 > r$ portanto $r > s$, perceba que ao usar a Hipótese onde $s = r - 1 \Rightarrow r = s + 1$ e substituir em $r > s$ é satisfeita a desigualdade $s + 1 > s$.

Portanto $B = (2k)^{r+1} = (2k)^{s+2} = (2k)^{r+1}$, logo a equação é; $(2^{r-1}.k^r + k)^2 = (2k)^{r+1} + (2^{r-1}.k^r - k)^2$, para que tudo expoente fique em função da mesma variável m, basta r ser igual a m, isso é r = m. Com isso já temos outra equação;

F_2: $\Rightarrow (2^{m-1}.k^m + k)^2 = (2k)^{m+1} + (2^{m-1}.k^m - k)^2$

Se k é 1, isso é a própria equação de F_1 do MDC=1;

$(2^{m-1}.1^m + 1)^2 = (2.1)^{m+1} + (2^{m-1}.1^m - 1)^2 \rightarrow (2^{m-1} + 1)^2 = 2^{m+1} + (2^{m-1} - 1)^2$

Se $k > 1$ tem como MDC = k

$MDC(2^{m-1}.k^m + k, 2k, 2^{m-1}.k^m - k) = k, \forall m, k \in N^*$.

Para k = 2

$(2^{m-1}.k^m + k)^2 = (2k)^{m+1} + (2^{m-1}.k^m - k)^2$
$(2^{m-1}.2^m + 2)^2 = (4)^{m+1} + (2^{m-1}.2^m - 2)^2$
$(2^{2m-1} + 2)^2 = 4^{m+1} + (2^{2m-1} - 2)^2$
Se m = 1
$(2^{2.1-1} + 2)^2 = 4^{1+1} + (2^{2.1-1} - 2)^2 \rightarrow 4^2 = 4^2 + 0^2 \rightarrow 16 = 16$
Se m = 2

$(2^{2.2-1}+2)^2 = 4^{2+1} + (2^{2.2-1}-2)^2 \rightarrow (2^3+2)^2 = 4^3 + (2^3-2)^2 \rightarrow 10^2 = 4^3 + 6^2 \rightarrow 100 = 64 + 36$

Se m = 3

$(2^{2.3-1}+2)^2 = 4^{3+1} + (2^{2.3-1}-2)^2 \rightarrow (2^5+2)^2 = 4^4 + (2^5-2)^2 \rightarrow 34^2 = 4^4 + 30^2 \rightarrow 1156 = 256 + 900$

*

*

*

E assim por diante ...

Para k = 3

$(2^{m-1}.k^m + k)^2 = (2k)^{m+1} + (2^{m-1}.k^m - k)^2$

$(2^{m-1}.3^m + 3)^2 = 6^{m+1} + (2^{m-1}.3^m - 3)^2$

Se m = 1

$(2^{1-1}.3^1 + 3)^2 = 6^{1+1} + (2^{1-1}.3^1 - 3)^2$

$(2^0.3 + 3)^2 = 6^2 + (2^0.3 - 3)^2 \rightarrow 6^2 = 6^2 + 0^2$

Se m = 2

$(2^{2-1}.3^2 + 3)^2 = 6^{2+1} + (2^{2-1}.3^2 - 3)^2$

$(2^1.9 + 3)^2 = 6^3 + (2^1.9 - 3)^2 \rightarrow 21^2 = 6^3 + 15^2 \rightarrow 441 = 216 + 225$

Se m = 3

$(2^{3-1}.3^3 + 3)^2 = 6^{3+1} + (2^{3-1}.3^3 - 3)^2$

$(2^2.27 + 3)^2 = 6^4 + (2^2.27 - 3)^2 \rightarrow 111^2 = 6^4 + 105^2 \rightarrow 12321 = 1296 + 11025$

*

*

*

E assim por diante ...

F_3: Seja $(2^s + k^r)^2 = B + (2^s - k^r)^2 \Rightarrow B = (2^s + k^r)^2 - (2^s - k^r)^2$, com B, r, s $\in \mathbb{N}$ onde r > s, r e s variáveis não definidas no momento.

$B = (2^s + k^r)^2 - (2^s - k^r)^2 \rightarrow B = (2^s + k^r - 2^s + k^r).(2^s + k^r + 2^s - k^r) \rightarrow B = 2.k^r.2^{s+1} \rightarrow B = 2^{s+2}.k^r$, nesse caso para que B seja uma potência basta r = s + 2. De fato r > s pois

$s + 2 > r = s + 1 > s \Rightarrow r > s$ ao colocar o expoente em função de m, basta s = m isso nos dar r = m + 2.

Logo $B = 2^{s+2}.k^r = (2k)^r = (2k)^{m+2}$.

Portanto a nova equação é;

F_3: $\Rightarrow (2^m + k^{m+2})^2 = (2k)^{m+2} + (2^m - k^{m+2})^2$, com $k \in N^*$ e $m \geq 0$. Se k for 1 para $\forall m \in N^*$ o MDC = 1 ou Se m for 0 para $\forall k \in N^*$ também o MDC = 1. Se não ocorre nenhum desses casos F_3 Possui MDC = $2\alpha \geq 2$, $\forall \alpha \in N^*$

A lógica é a mesma para G_1,"Já que ela é a geral ";

Pois ao fazer $B = (a^r + 2^s.t^r)^2 - (a^r - 2^s.t^r)^2 \rightarrow B = (a^r + 2^s.t^r - a^r + 2^s.t^r).(a^r + 2^s.t^r + a^r - 2^s.t^r) \rightarrow$

$B = 2^{s+2}.a^r.t^r \rightarrow B = (2^{\frac{s+2}{r}}.a.t)^r$ .De forma simples basta s + 2 = r ou s = r – 2, como r é m fazendo a conversão temos s = m – 2, isso é;

$$(a^r + 2^s.t^r)^2 = B + (a^r - 2^s.t^r)^2) \rightarrow (a^r + 2^{r-2}.t^r)^2 = (2^{\frac{s+2=r}{r}}.a.t)^r + (a^r - 2^s.t^r)^2) \rightarrow (a^r + 2^{r-2}.t^r)^2 = (2.a.t)^r + (a^r - 2^s.t^r)^2)$$

G_1: $\Rightarrow$ $(a^m + 2^{m-2}.t^m)^2 = (2.a.t)^m + (a^m - 2^{m-2}.t^m)^2$

Dados:

$C = a^m + 2^{m-2}.t^m$, $B = 2.a.t$ e $A = |a^m - 2^{m-2}.t^m|$

(i) Se a é ímpar e $m > 2$ o MDC(C,b,A)=1, $\forall t \in N^*$.

(ii) Se a é ímpar com m = 2 e t um Par, o MDC(C,b,A)=1 .

(iii) Se a é ímpar com m = 2 e t um Ímpar, o MDC(C, b, A) = $2\alpha \geq 2$ com $\alpha \in N^*$.

(iv) Se a é par e $m > 2$ o MDC(C, b, A) = $2\alpha \geq 2$, $\forall t, \alpha \in N^*$.

(v) Se a é par com m = 2 e t um Ímpar o MDC(C, b, A) = 1, $t \in N^*$. (vi) Se a é par com m = 2 e t um Par o MDC(C, b, A) = $2\alpha \geq 2$, t, $\alpha \in N^*$.

4. FÓRMULAS GERADAS POR T.M E S.T.M COM SOLUÇÕES NOS NATURAIS

Dados básicos; a,b,c,x,y,z,A,B,C,α e $k \in N$

Fórmula$_1$: $C^z = C^{xyk+1} = B^y + A^x$, mdc(x,y,z)=1

$$(b^y + a^x)^{xyk+1} = [b(b^y + a^x)^{xk}]^y + [a(b^y + a^x)^{yk}]^x$$

Dados:
$C = b^y + a^x$, $B = b(b^y + a^x)^{xk}$ e $A = a(b^y + a^x)^{yk}$, MDC(C, B, A) = C.

Fórmula$_2$: $C^z = C^{xk+1} = B^x + A^x$, ou$C^z = C^{yk+1} = B^y + A^y$, mdc(z,x)= mdc(z,x) = 1

$$(b^x + a^x)^{xk+1} = [b(b^x + a^x)^k]^x + [a(b^x + a^x)^k]^x$$

OU

$$(b^y + a^y)^{yk+1} = [b(b^y + a^y)^k]^y + [a(b^y + a^y)^k]^y$$

Dados:
$C = b^x + a^x$, $B = b(b^x + a^x)^k$ e $A = a(b^x + a^x)^k$, MDC(C, B, A) = C.

OU

$C = b^y + a^y$, $B = b(b^y + a^y)^k$ e $A = a(b^y + a^y)^k$, MDC(C, B, A) = C.

Fórmula$_3$: $C^z = C^{xk} = B^{xk\alpha+1} + A^x$, ou$C^z = C^{yk} = B^{yk\alpha+1} + A^y$, mdc(z, y , x) = 1

$$[c(c^{xk} - a^x)^{\alpha}]^{xk} = (c^{xk} - a^x)^{xk\alpha+1} + [a(c^{xk} - a^x)^{k\alpha}]^x$$

OU

$[\ c(\ c^{yk} - b^{y}\ )^{\alpha}]^{yk} = [\ b(\ c^{yk} - b^{y}\ )^{k\alpha}]^{y} + (\ c^{yk} - b^{y}\ )^{yk\alpha+1}$

Dados:

$C = c(c^{xk} - a^{x})$, $B = c^{xk} - a^{x}$ e $A = a.(c^{xk} - a^{x})$, MDC(C,B,A)= B.

OU

$C = c(c^{yk} - b^{y})$, $B = b(c^{yk} - b^{y})$ e $A = c^{yk} - b^{y}$, MDC(C,B,A)= A.

Fórmula$_4$:

$(2.(2^{n} - 1))^{n} = (2^{n} - 1)^{n+1} + (2^{n} - 1)^{n}$

ou

$(2^{n+1} - 2)^{n} = (2^{n} - 1)^{n+1} + (2^{n} - 1)^{n}$

Dados;

$a = 2.(2^{n} - 1)$, $B = (2^{n} - 1)^{n+1}$ e $c = 2^{n} - 1$, MDC(a B,c)=MDC$(2.(2^{n} - 1), (2^{n} - 1)^{n+1}, 2^{n} - 1) = 2^{n} - 1 = c$

Fórmula$_5$:

$G_1: \Rightarrow (a^{m} + 2^{m-2}.t^{m})^{2} = (2.a.t)^{m} + (a^{m} - 2^{m-2}.t^{m})^{2}$

Dados:

$C = a^{m} + 2^{m-2}.t^{m}$, $B = 2.a.t$ e $A = |a^{m} - 2^{m-2}.t^{m}|$, Com $t \neq 2.a$

(i) Se a é ímpar e $m > 2$ o MDC(C,b,A)=1, $\forall t \in N^{*}$.

(ii) Se a é ímpar com $m = 2$ e t um Par, o MDC(C,b,A)=1 .

(iii) Se a é ímpar com $m = 2$ e t um Ímpar, o MDC(C, b, A) = $2\alpha \geq 2$ com $\alpha \in N^{*}$.

(iv) Se a é par e $m > 2$ o MDC(C, b, A) = $2\alpha \geq 2$, $\forall t, \alpha \in N^{*}$.

(v) Se a é par com m = 2 e t um Ímpar o MDC(C, b, A) = 1, $t \in N^*$. (vi) Se a é par com m = 2 e t um Par o MDC(C, b, A) = 2α ≥ 2, t, $\alpha \in N^*$.

Em Particular

$c^2 = 2^{m+1} + b^2$, MDC(a,b,c)=1

$(2^{m-1}+1)^2=2^{m+1}+(2^{m-1}-1)^2$

$c=2^{m-1}+1$, b=2 e $a=2^{m-1}-1$, MDC(a,b,c)=1

5. T.G.M OU TEOREMA GERAL MACENA

Dado qualquer equação valida dos inteiros positivos em forma de potência, ou gerada por T.M ou S.T.M ao multiplicar por d^α uma potência, onde d é uma base adequada de transformação em soma de duas potências, e α é um expoente inteiro positivo múltiplo dos expoentes das outras bases ou mmc dos expoentes multiplicados por t^*, com isso resulta em uma potência escrita na soma de outras duas potências com um fator comum d ou múltiplo de d.

Exemplo:

$$(\text{I})\ C = B^m \pm A^n \rightarrow T.G.M \rightarrow C^{\alpha+1} = (d^{\frac{\alpha}{m}}.B)^m \pm (d^{\frac{\alpha}{n}}.A)^n$$

, com B>A e m ≥ n ≥ 2, onde α=mmc(1,m,n).t, t ϵ N*

$$(\text{II})\ c^z = b^y + a^x \rightarrow T.M \rightarrow C^z = B^y + A^x \rightarrow T.G.M \rightarrow (d^{\frac{\alpha}{z}}.C)^z = (d^{\frac{\alpha}{y}}.B)^y + (d^{\frac{\alpha}{y}}.A)^x,$$

, onde α=mmc(z,y,x).t, t ϵ N*

$$(\text{III})\ S.T.M \rightarrow c^n = B + a^n \rightarrow T.G.M \rightarrow (d^{\frac{\alpha}{n}}.c)^n = B^{\alpha+1} + (d^{\frac{\alpha}{n}}.a)^n$$

, onde α=mmc(n,1,n).t, t ϵ N*

(IV) $C^2=B+A^2 \rightarrow$ Geralpor S.T.M→ $(a^m + 2^{m-2}.t^m)^2 = (2.a.t)^m + (a^m - 2^{m-2}.t^m)^2 \rightarrow$ T.G.M →

$$[d^{\frac{\alpha}{2}}.(a^m + 2^{m-2}.t^m)]^2 = (2.a.t)^{m+\alpha} + [d^{\frac{\alpha}{2}}.(a^m - 2^{m-2}.t^m)]^2$$

, onde α =mmc(2,m,2).β, β ϵ N*
Com isso temos sempre um fator comum no formato da Conjectura caso os expoentes x,y,z≥3, independente da equação abordada.
“Com exceção do (IV)que possuirá o grau 2 sempre pelo menos em uma das bases”.

5.1 PROVANDO T.G.M

Para provar esse teorema é necessário provar os itens. (I),(II) , (III) e (IV).

Provando item (I) Seja qualquer equação do tipo $C^1 = C = B^m \pm A^n$, com B, $A \epsilon N^*$,B>A e $m \geq n \geq 2$,ao multiplicar por uma potência d^{α}, d não definida no momento, porém $\alpha = mmc(1,m,n).t$, $t \epsilon N^*$, isso é $d^{m.n.t}$, logo temos;

$$C.d^{m.n.t} = B^m.d^{m.n.t} \pm A^n.d^{m.n.t} \rightarrow C.d^{m.n.t} = (d^{\frac{m.n.t}{m}}.B)^m \pm (d^{\frac{m.n.t}{n}}.A)^n \rightarrow$$

como d não está definido basta d ser iguala C isso é

$$\rightarrow C.C^{m.n.t} = (C^{\frac{m.n.t}{m}}.B)^m \pm (C^{\frac{m.n.t}{n}}.A)^n \rightarrow C^{m.n.t+1} = (C^{nt}.B)^m \pm (C^{mt}.A)^n,$$

, onde C é o fator comum da equação, pois

$$MDC[C, (C^{nt}.B), (C^{mt}.A)] = C = d.$$

Exemplo em números;

$$C = B^m \pm A^n \text{isso é } C_1 = B^m + A^n \text{ e } C_2 = B^m - A^n$$

$C_1 = B^m + A^m \rightarrow 29 = 3^3 + 2^2$, pelo teorema $d = C_1 = 29$ eα= mmc(1,3,2).t = 6t, $\rightarrow 29^{6t+1} = 3^3 . 29^{6t} + 2^2 . 29^{6t}$

$29^{6t+1} = (3.29^{2t})^3 + (2.29^{3t})^2$, se t=1 temos $29^7 = 2523^3 + 48778^2$, mdc(29 , 2523 , 48778) = 29 ,se t = 2 temos $29^{13} = 2121843^3 + 1189646642^2$, mdc(29, 2121843 , 1189646642) = 29 e assim por diante com t ≥3
$C_2 = B^m - A^n \rightarrow 23 = 3^3 - 2^2$, pelo teorema $d = C_2 = 23$eα=mmc(1,3,2).t = 6t,$\rightarrow 23^{6t+1} = 3^3.23^{6t}$-

$2^2.23^{6t}$→

$23^{6t+1}=(3.23^{2t})^3-(2.23^{3t})^2$→, se t=1 temos $23^7=1587^3-24334^2$,mdc(23 , 1587 , 24334) = 23,se t = 2 temos $23^{13}=839523^3-296071778^2$, mdc(23, 839523 , 296071778) = 23 e assim por diante com t ≥3.

Provando item (II) Seja qualquer equação do tipo $c^z=b^y+a^x$ com soluções nos inteiros positivos, por T.M chegaremos em uma equação equivalente com as seguintes bases; $C=b^y+a^x$, $B=b(b^y+a^x)^{xk}$ e $A=a(b^y+a^x)^{yk}$, com equação $C^{xyk+1}=B^y+A^x \rightarrow C^z=B^y+A^x$ Ao multiplicar por uma potência d^α , d não definida no momento, porém α=mmc(z,y,x).t , tϵN*, isso é $d^{zyx.t}$, logo temos; $d^{zyx.t}.C^z=d^{zyx.t}.B^y+d^{zyx.t}.A^x \rightarrow (d^{yx.t}.C)^z=(d^{zx.t}.B)^y+(d^{zy.t}.A)^x \rightarrow$ Como mdc(C , B , A) = C então

$MDC[(d^{yx.t}.C),(d^{zx.t}.B),(d^{zy.t}.A)] \geq d^t.C$, em particular se d = C temos $C^{z(yxt+1)}=(C^{zx.t}.B)^y+(C^{zy.t}.A)^x$

$MDC[C,(C^{zx.t}.B),(C^{zy.t}.A)]=C$. Expandindo usando todos os dados a equação é;

$\{d^{yx.t}.b^y+a^x\}^z=\{d^{zx.t}.b(b^y+a^x)^{xk}\}^y+\{d^{zy.t}.a(b^y+a^x)^{yk}\}^x$

Como z= xyk + 1

$\{d^{yx.t}.(b^y+a^x)\}^{xyk+1}=\{d^{(xyk+1)x.t}.b(b^y+a^x)^{xk}\}^y+\{d^{(xyk+1)y.t}.a(b^y+a^x)^{yk}\}^x$

Exemplo em números

x=y=2, t=k=1 e b=a=3 e d=5

$\{5^4.(3^2+3^2)\}^5=\{5^{10}.3(3^2+3^2)^2\}^2+\{5^{10}.3(3^2+3^2)^2\}^2$

$\{5^4.18\}^5=\{5^{10}.3.18^2\}^2+\{5^{10}.3.18^2\}^2$

$11250^5=9492187500^2+9492187500^2$

MDC(11250 ,9492187500,9492187500)=11250

Provando item (III) Seja qualquer equação do tipo $c^n=B+a^n$,com soluções nos inteiros positivos, por S.T.M, temos uma vasta quantidade de equações porém B é sempre $2.\sum_{i=0}^{n-1}(n^{m-1}+1)^{n-1-i}.(n^{m-1}-1)^i$, ao multiplicar a equação pela potencia d^α, d não definida no momento, com α = mmc(n,1,n).t, t ϵ N*, temos

$$c^n=B+a^n \rightarrow \text{aplicando S.T.M} \rightarrow (n^{m-1}+1)^n=\left[2.\sum_{i=0}^{n-1}(n^{m-1}+1)^{n-1-i}.(n^{m-1}-1)^i\right]+(n^{m-1}-1)^n$$

$$\rightarrow d^{\alpha}.(n^{m-1}+1)^n = d^{\alpha}.\left[\ 2.\sum_{i=0}^{n-1}(n^{m-1}+1)^{n-1-i}.(n^{m-1}-1)^i\ \right] + d^{\alpha}.(n^{m-1}-1)^n \rightarrow$$

$$d^{n.t}.(n^{m-1}+1)^n = d^{n.t}.\left[\ 2.\sum_{i=0}^{n-1}(n^{m-1}+1)^{n-1-i}.(n^{m-1}-1)^i\ \right] + d^{n.t}.(n^{m-1}-1)^n \rightarrow$$

$$[d^t.(n^{m-1}+1)]^n = d^{n.t}.\left[\ 2.\sum_{i=0}^{n-1}(n^{m-1}+1)^{n-1-i}.(n^{m-1}-1)^i\ \right] + [d^t.(n^{m-1}-1)]^n$$

Como

c = $(n^{m-1}+1)$, $B = 2.\sum_{i=0}^{n-1}(n^{m-1}+1)^{n-1-i}.(n^{m-1}-1)^i$ e a = $(n^{m-1}+1)$,

temos;

$[d^t.c]^n = d^{n.t}.B + [d^t.a]^n$, →Como d não está definido basta d=B isso é;

$$[B^t.c]^n = B^{\,nt+1} + [B^t.a]^n, \mathrm{MDC}[(B^t.c), B, (B^t.a)] \geq B$$

Ou

$$\{\ (n^{m-1}+1).\left[2.\sum_{i=0}^{n-1}(n^{m-1}+1)^{n-1-i}.(n^{m-1}-1)^i\right]^t\ \}^n = \left[2.\sum_{i=0}^{n-1}(n^{m-1}+1)^{n-1-i}.(n^{m-1}-1)^i\right]^{nt+1} + \left\{(n^{m-1}-1).\left[2.\sum_{i=0}^{n-1}(n^{m-1}+1)^{n-1-i}.(n^{m-1}-1)^i\right]^t\right\}^n$$

Exemplos;

(1)

Para n=2 temos B= $2.\sum_{i=0}^{n-1}(n^{m-1}+1)^{n-1-i}.(n^{m-1}-1)^{i} = 2^{m+1}$, isso nos dar ;

$$\left[(2^{m-1}+1).2^{(m+1)t}\right]^2 = 2^{(m+1)(2t+1)} + \left[(2^{m-1}-1).2^{(m+1)t}\right]^2$$

Sem = 2, temos → $(3.2^{3t})^2=2^{3(2t+1)}+2^{6t}$, ∀ t ∈N, MDC[$(3.2^{3t})$,2,2]=2

Se m = 3, temos →$(5.2^{4t})^2=2^{4(2t+1)}+(3.2^{4t})^2$, ∀ t ∈N, MDC[$(5.2^{4t})$,2,$(5.2^{4t})$]=2

[...]

(2)

Para n=3, temos B= $2.\sum_{i=0}^{n-1}(n^{m-1}+1)^{n-1-i}.(n^{m-1}-1)^{i} = 2.(3^{2m-1}+1)$, isso nos dar ;

$$\{\ (3^{m-1}+1).[2.(3^{2m-1}+1)]^t\ \}^3 = [\ 2.(3^{2m-1}+1)]^{3t+1} + \ \{(3^{m-1}-1).[2.(3^{2m-1}+1)]^t\ \}^3$$

Sem = 2, temos →$\{4.56^t\}^3=56^{3t+1}+\{2.56^t\}^3$, ∀ t ∈N, MDC[$(4.56^t)$,56,$2.56^t$]= 56

Se m=3, temos →$\{10.488^t\}^3=488^{3t+1}+\{8.488^t\}^3$, ∀ t ∈N,MDC[$(10.488^t)$,488,$8.488^t$] = 488

[...]

(4)

Para n=4 temos B = $2.\sum_{i=0}^{n-1}(n^{m-1}+1)^{n-1-i}.(n^{m-1}-1)^{i} = 2.(4^{3m-2}+4^m)$ e equação;

$$\{\ (4^{m-1}+1).[2.(4^{3m-2}+4^m)]^t\ \}^4 = [\ 2.(4^{3m-2}+4^m)]^{4t+1} + \ \{(4^{m-1}-1).[2.(4^{3m-2}+4^m)]^t\ \}^4$$

$$\forall\, m > 1,\ t\ \in N, \text{MDC[Das Bases]} = 2.(4^{3m-2}+4^m)$$

(5)

Para n=5 temos $B = 2.\sum_{i=0}^{n-1}(n^{m-1}+1)^{n-1-i}.(n^{m-1}-1)^i = 2.(5^{4m-3}+2.5^{2m-1}+1)$ e equação;

$$\{(5^{m-1}+1).[2.(5^{4m-3}+2.5^{2m-1}+1)]^t\}^5 = [2.(5^{4m-3}+2.5^{2m-1}+1)]^{5t+1} + \{(5^{m-1}-1).[2.(5^{4m-3}+2.5^{2m-1}+1)]^t\}^5$$

$$\forall\, m>1,\ t \in N, \text{MDC[Das Bases]} = 2.(5^{4m-3}+2.5^{2m-1}+1)$$

(6)

Para n=6, temos $B = 2.\sum_{i=0}^{n-1}(n^{m-1}+1)^{n-1-i}.(n^{m-1}-1)^i = 2.6^m.(6^{4m-4}+20.6^{2m-3}+1)$ e equação;

$$\{(6^{m-1}+1).[2.6^m.(6^{4m-4}+20.6^{2m-3}+1)]^t\}^6 = [2.6^m.(6^{4m-4}+20.6^{2m-3}+1)]^{6t+1} + \{(6^{m-1}-1).[2.6^m.(6^{4m-4}+20.6^{2m-3}+1)]^t\}^6$$

$\forall$ m > 1, t ∈ N, MDC[Das Bases] = $2.6^m.(6^{4m-4}+20.6^{2m-3}+1)$

(7)

E assim por diante

.

.

.

(...)

OBS: Até aqui já foram provados os itens (I),(II) e (III) só resta (IV)

Provando item (IV) Seja qualquer equação do tipo c^2=B+a^2,com soluções nos inteiros positivos, usando os meios de S.T.M, temos; C^2=B+C^2→Geral por S.T.M→$(a^m + 2^m - 2.t^m)^2 = (2.a.t)^m + (a^m - 2^m - 2.t^m)^2$, ao multiplicar pela potencia d^α, com d não definido no momento, porém α = mdc(2,m,2).β , β ϵ N*, dessa vez usa β devido que a equação já possui t, dito isso temos;

MULTIDISCIPLINARY SCIENTIFIC JOURNAL NÚCLEO DO CONHECIMENTO
REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR NÚCLEO DO CONHECIMENTO ISSN: 2448-0959
https://www.nucleodoconhecimento.com.br

$d^{\alpha}.(a^m + 2^m - 2.t^m)^2 = d^{\alpha}.(2.a.t)^m + d^{\alpha}.(a^m - 2^m - 2.t^m)^2$ $[d^{m\beta}.(a^m + 2^m - 2.t^m)]^2 = [d^{2\beta}.(2.a.t)]^m + [d^{m\beta}(a^m - 2^m - 2.t^m)]^2$ $[d^{m\beta}.(a^m + 2^m - 2.t^m)]^2 = [2at.d^{2\beta}]^m + [d^{m\beta}(a^m - 2^m - 2.t^m)]^2$

Nesse caso d pode ser qualquer número pertencente aos inteiros positivos exceto o zero, ($d \in N^*$).
Exemplo em números;

a=2, d=5et=m=β = 3

$[5^9.(2^3 + 2^1.3^3)]^2 = [12.5^6]3 + [5^9.(2^3 - 2^1.3^3)]^2$ $[5^9.(62)]^2 = [12.5^6]^3 + [5^9.(-46)]^2$ $[121093750]^2 = [187500]^3 + [-89843750]^2$ $121093750^2 = 187500^3 + (-89843750)^2$

MDC[121093750 ,187500 ,| - 89843750 |] = 31250

OBS: Já o MDC(Das Bases) ≥ d^{β}, esse 31250 = $2.d^{2\beta} > d^{\beta}$

A ideia é a mesma para qualquer equação com a soma de 2 potência.

Portanto está provando o T.G.M

Curiosidade:(1.0)

5 = 3 + 2 → multiplicado pela base 3 → $5.3 = 3^2 + 2.3$ → como 3 = 5 – 2 → substitui no primeiro membro $5(5 - 2)=3^2 + 2.3$ → $5^2 - 2.5 = 3^2 + 2.^3$ → isolando $5^2 = 3^2 + 2.(3 + 5)$ → $5^2 = 3^2 + 2.(8)$ → $5^2 = 3^2 + 2.(23)$ → $5^2 = 3^2 + 2^4$.

(1.1)

$5^3 = 5^3 \rightarrow 5^3 = 5.5^2$ → possamos escrever $5 = 2^2 + 1$, pondo no segundo membro → $5^3 = (2^2 + 1).5^2 \rightarrow 53 = 2^2.5^2 + 5^2 \rightarrow 5^3 = 10^2 + 5^2$.

"OBS: Essa curiosidade é outro artigo o qual publicarei futuramente, Conjectura do ABC"

6. PROVANDO A CONJECTURA DE BEAL

(1ªCondição) Dada a equação $c^z = b^y + a^x$, com soluções nos inteiros positivos, com { z , y, x ≥ 3 / c, b , a ≠ 0 }, então a, b e c têm um fator primo comum, o que significa que a, b e c são divisíveis por um mesmo número primo.

OU

(2ªCondição) A equação $a^x + b^y = c^z$ não tem solução para inteiros positivos com x,y,z ≥ 3 e o mdc(a,b,c)=1

Iniciando a prova

A (2ª Condição) É impossível obter números nos inteiros positivo com mdc(a,b,c) =1, e expoentes x,y,z ≥ 3, por dois motivos já mostrados:

1ª --- Foi mostrado que a Conjectura de Fermat–Catalan, só possui uma quantidade finita de soluções, atualmente só há 10 equações encontradas, em que a, b, e c sejam inteiros positivos sem fatores primos em comum e x, y, e z sejam inteiros positivos satisfazendo $\frac{1}{z} + \frac{1}{y} + \frac{1}{x} < 1$, pois todas as soluções terão 2 como um dos expoentes, isso já fura a hipótese do mdc(a,b,c) =1, e expoentes x,y,z ≥ 3.

AS 10 ENCONTRADAS SÃO; Imagem retirada do site Wikipédia.

$$1^m + 2^3 = 3^2$$
$$2^5 + 7^2 = 3^4$$
$$13^2 + 7^3 = 2^9$$
$$2^7 + 17^3 = 71^2$$
$$3^5 + 11^4 = 122^2$$
$$33^8 + 1549034^2 = 15613^3$$
$$1414^3 + 2213459^2 = 65^7$$
$$9262^3 + 15312283^2 = 113^7$$
$$17^7 + 76271^3 = 21063928^2$$
$$43^8 + 96222^3 = 30042907^2$$

Fonte: Wikipédia

2ª --- Se votar na parte S.T.M note que onde as equações tem o mdc(bases)=1, sempre possui um expoente 2, mesmo variando os outros expoentes, e como S.T.M foi provado, assim como a Conjectura de Fermat – Catalan afirma pelo menos um dos expoente devem ser 2, logo fura a hipótese pelo simples motivo de conter um expoente 2 em uma das bases.

Portanto só resta a outra condição a ser provada.

A (1ª Condição) Já é possível através de T.M, S.T.M e T.G.M, todos possuem fatores comum em ambas as bases só resta mostrar que possui um fator primo comum que os divide ambas as bases com os expoentes x,y,z ≥ 3.

PROVA:

Dados;

Seja p um número primo, e $F^p = p^u$ um fator primo comum p, e p*i* ≠p*i*+1, *i* índice, primos distintos e os expoentes Ui ≥ Ui+1≥0, i índice, expoentes distintos ou não, então C um número natural pode ser inscrito como;

$C = Fp = p^u$, ou $C = p1^{u1}.p2^{u2}$ ou $C = p1^{u1}.p2^{u2}.\ p3^{u3}\ .p4^{u4}\ ...pi^{ui}\ .pi{+}1^{ui+1}...$ Fatores primos comum, como $c^z = b^y + a^x$, e pelo algum método de T.M, S.T.M e T.G.M, é obtido $C^z = B^y + A^x$, então;

$C^z = (F^p)^z = p^{z.u} \leftrightarrow B^y + A^x = p^{z.u}$, ou $C^z = (\ p1^{u1}\ ).p2^{u2}\ )^z = p1^{z.u1}\ .p2^{z.u2} \leftrightarrow B^y + A^x = p1^{z.u1}\ .p2^{z.u2}$ ou

$C^z = (p1^{u1}.p2^{u2}.\ p3^{u3}\ .p4^{u4}\ ...\ pi^{ui}.pi{+}1^{ui+1}...)^z = p1^{z.u1}\ .p2^{z.u2}.\ p3^{z.u3}.p4^{z.u4}...\ pi^{z.ui}.pi^{+1z.ui+1}... = B^y + A^x$

CONSTRUINDO $C^{z} \rightarrow C^z$ A PARTIR DE C^n.

De fato 1 = 1, pois 1 é elemento neutro da multiplicação dito isso seja $c \in N^*$, ao ser multiplicado em ambos os lados temos $1.c = 1.c \rightarrow c = c$, ao ser multiplicada novamente por c temos $c.c = c.c \rightarrow c^2 = c^2 \rightarrow$ se esse processo continuar por n vezes temos $\rightarrow c^n = c^n$, note se $n > z$, temos $c^n > c^z$.

Então $c^n = c^n$ pode ser inscrito como $c^n = c^z.c^{n-z}$, a hipótese da conjectura é que $c^z = b^y + a^x$, possui um fator primo comum que divide as bases c,b e a, com $z,y,x \geq 3$, com isso temos;

$c^n = c^z.c^n - z \rightarrow c^n = (\ b^y + a^x).cn - z \rightarrow c^n = b^y.\ c^{n-z} + a^x.c^{n-z}$, então se $c^z = b^y + a^x$ possuir soluções nos inteiros positivos, com os expoentes maiores ou iguais a 3, de fato $c^n = b^y.\ c^{n-z} + a^x.c^{n-z}$, possui um fator que divide ambos pois o $mdc(c^n,\ b^y.\ c^{n-z},\ a^x.c^{n-z}) = c^n > 1$.

Traduzindo se demonstra que $c^z = b^y + a^x$ possui tais soluções então de fato está confirmando a hipótese e isso é uma tese. Porém para chegar nessa afirmação temos que provar a igualdade, mas isso já foi mostrado pelos teoremas T.M, S.T.M e T.G.M, no entanto não estavam incluídas as condições dos expoentes serem maiores ou igual a 3, e nem a condições dos fatores primos então concluindo isso está provado a Conjectura de Beal.

Usando T.M temos que a equação $c^z = b^y + a^x$, tornasse;

$(b^y+a^x)^{xyk+1}=[b.(b^y+a^x)^{xk}]^y+[a.(b^y+a^x)^{yk}]^x$, onde $z = xyk + 1$, $C = b^y+a^x$, $B= b.(b^y+a^x)^{xk}$ e $A = a.(b^y+a^x)^{yk}$, isso é $C^z = B^y + A^x$, com mdc $(C,B,A) = C >1$, para $x,y,z> 2$ ou $x,y,(xyk+1) > 2$.

Então se $C^z = B^y + A^x$ possui soluções nos inteiros positivos então $c^z = c^{xyk+1} = b^y + a^x$, simplesmente por possuir o mesmo formato ou estrutura. Dito isso resta mostrar c^n, que é;
$c^n = b^y. c^{n-z} + a^x.c^{n-z}$, adaptando para as bases C,B e A temos;

$C^n = B^y. C^{n-z} + A^x.C^{n-z}$

$(b^y+a^x)^n=[b.(b^y+a^x)^{xk}]^y.(b^y+a^x)(n-z)+[a.(b^y+a^x)(yk)]^x.(b^y+a^x)(n-z)$
$(b^y+a^x)^n=b^y.(b^y+a^x)^{xyk+n-z}+a^x.(b^y+a^x)^{xyk+n-z}$, como $z = xyk+1$,
$(b^y+a^x)n=b^y.(b^y+a^x)^{xyk+n-xyk-1}+a^x.(b^y+a^x)^{xyk+n-xyk-1}$
$(b^y+a^x)^n=b^y.(b^y+a^x)^{n-1}+a^x.(b^y+a^x)^{n-1}$

"Essa é a equação em funções dos expoentes n,x,y,com bases nos teoremas já mostrados anteriores temos ($n – 1$)é um múltiplo de x,y, isso é $n – 1 =$

xyt ou $n = xy.t + 1$, o t é apenas para diferenciar de k, já usando"

$(b^y+a^x)^{xy.t+1}=b^y.(b^y+a^x)^{xyt}+a^x.(b^y+a^x)^{xyt}$
$(b^y+a^x)^{xy.t+1}=[b.(b^y+a^x)^{xt}]^y+[a.(b^y+a^x)^{yt}]^x$
Então como $C^n>C^z\rightarrow C^n-C^z> 0 \rightarrow (b^y+a^x)^{xy.t+1}-(b^y+a^x)(x^y.k+1)>0\rightarrow$dividindo por$(b^y+a^x)$, temos$\rightarrow(b^y+a^x)^{xy.t}-(b^y+a^x)(x^y.k)>0\rightarrow$dividindo $(b^y+a^x)^{xy}$, temos $\rightarrow (b^y+a^x)^{t}-(b^y+a^x)^k>0\rightarrow(b^y+a^x)^t>(b^y+a^x)^k\rightarrow t > k, \forall\ t,k \in N$

Então a equação com todas as variáveis pode ser escrita da seguinte forma; (EQ_1)$(b^y+a^x)^{xy}(t+k)^{+1}=[b.(b^y+a^x)x^{(t+k)}]^y+[a.(b^y+a^x)(^{y(t+k)})]^x$

OU

(EQ_2) $(b^y+a^x)^{xy(t-k)+1)}=[b.(b^y+a^x)^{x(t-k)}]^y+[a.(b^y+a^x)^{y(t-k)}]x$

Pra chegar nessas duas formulas basta usar T.M, com n-z=xyt→n= xyt + z, e como z=xyt, temos n = xy(t + k), e como foi mostrado que t > k, também é válida n = xy(t – k) ∈N*

Como as outras formulas geradas por T.M e algumas também de S.T.M e T.G.M, que possui o formato $C^z = B^y + A^x$, tem o mesmo comportamento de (EQ_1)e(EQ_2), então mostrando as condições de fatores primos como no início dessa prova está literalmente provando todas as condições da Conjectura de Beal para o caso afirmativo isso é (1ª Condição).

(#) Para o caso de um fator primo comum em (EQ_1)e(EQ_2),isso é $C^z= B^y + A^x = p^{z.u}$;

$$(\mathrm{EQ}_1)\ (b^y + a^x)^{xy(t+k)+1} = \left[b.(b^y + a^x)^{x(t+k)}\right]^y + \left[a.(b^y + a^x)^{y(t+k)}\right]^x, \text{ como } b^y + a^x = p^u$$

$$(p^u)^{xy(t+k)+1} = \left[b.(p^u)^{x(t+k)}\right]^y + \left[a.(p^u)^{y(t+k)}\right]^x \rightarrow p^{u[xy(t+k)+1]} = b^y.p^{uyx(t+k)} + a^x.p^{uyx(t+k)} \rightarrow$$

Como z = xy(t+k)+1 , temos

$$p^{u.z} = b^y.p^{uyx(t+k)} + a^x.p^{uyx(t+k)},$$
$$\mathrm{MDC}[(p^u)\,, b.(p^u)^{x(t+k)}, a.(p^u)^{y(t+k)}] = p^u > 1,$$

Sendo assim um fator primo comum p, pois a igualdade é satisfeita se continuar,

$$p^{u.z} = p^{u.yx(t+k)}.(b^y + a^x) \rightarrow p^{u.z} = p^{u.yx(t+k)}.(p^u) \rightarrow p^{u.z} = p^{u.yx(t+k)+u} \rightarrow p^{u.z} = p^{u.[yx(t+k)+1]} = p^{u.z}.$$

De forma análoga para (EQ1)terá o mesmo resultado

$$p^{u.z} = p^{u.yx(t-k)}.(b^y + a^x) \rightarrow p^{u.z} = p^{u.yx(t-k)}.(p^u) \rightarrow p^{u.z} = p^{u.yx(t-k)+u} \rightarrow p^{u.z} = p^{u.[yx(t-k)+1]} = p^{u.z}$$

(##) Para o caso de 2 fatores primos comuns em (EQ1)e(EQ2), isso é $C^z = B^y + A^x = p_1^{z.u_1} .p_2^{z.u_2}$;

$$(\text{EQ}_1)(b^y + a^x)^{xy(t+k)+1} = \left[b.(b^y + a^x)^{x(t+k)}\right]^y + \left[a.(b^y + a^x)^{y(t+k)}\right]^x, \text{como } b^y + a^x = p_1^{u_1} .p_2^{u_2}$$

$$\left(p_1^{u_1} .p_2^{u_2}\right)^{xy(t+k)+1} = \left[b.\left(p_1^{u_1} .p_2^{u_2}\right)^{x(t+k)}\right]^y + \left[a.\left(p_1^{u_1} .p_2^{u_2}\right)^{y(t+k)}\right]^x$$

, de fato o mdc será o produto de duas potências de primos distintos, isso é $\text{MDC}[\left(p_1^{u_1} .p_2^{u_2}\right), b.\left(p_1^{u_1} .p_2^{u_2}\right)^{x(t+k)}, a.\left(p_1^{u_1} .p_2^{u_2}\right)^{y(t+k)}] = p_1^{u_1} .p_2^{u_2} > 1$

Verificando igualdade, como z = xy(t+k)+1, temos;

$$\left(p_1^{u_1} .p_2^{u_2}\right)^z = \left[b.\left(p_1^{u_1} .p_2^{u_2}\right)^{x(t+k)}\right]^y + \left[a.\left(p_1^{u_1} .p_2^{u_2}\right)^{y(t+k)}\right]^x$$

$$p_1^{z.u_1} .p_2^{z.u_2} = b^y.p_1^{u_1.xy(t+k)} .p_2^{u_2.xy(t+k)} + a^x.p_1^{u_1.xy(t+k)} .p_2^{u_2.xy(t+k)}$$

$$p_1^{z.u_1} .p_2^{z.u_2} = p_1^{u_1.xy(t+k)} .p_2^{u_2.xy(t+k)}.(b^y + a^x) \rightarrow p_1^{z.u_1} .p_2^{z.u_2} = p_1^{u_1.xy(t+k)} .p_2^{u_2.xy(t+k)}.\left(p_1^{u_1} .p_2^{u_2}\right) \rightarrow$$

$$p_1^{z.u_1} .p_2^{z.u_2} = [\,p_1^{u_1.xy(t+k)}.p_1^{u_1}].[\,p_2^{u_2.xy(t+k)} .p_2^{u_2}] \rightarrow p_1^{z.u_1} .p_2^{z.u_2} = [\,p_1^{u_1.xy(t+k)+u_1}].[\,p_2^{u_2.xy(t+k)+u_2}] \rightarrow$$

$$p_1^{z.u_1} .p_2^{z.u_2} = \{\,p_1^{u_1.[xy(t+k)+1]}\}.\{\,p_2^{u_2.[xy(t+k)+1]}\} \rightarrow p_1^{z.u_1} .p_2^{z.u_2} = \{\,p_1^{u_1.z}\}.\{\,p_2^{u_2.z}\},$$

ao dividir por qualquer um dos fatores primos comuns recai na condição (#). De forma análoga para (EQ2);

$$p_1^{z.u_1}.p_2^{z.u_2} = [\,p_1^{u_1.xy(t-k)}.p_1^{u_1}].[\,p_2^{u_2.xy(t-k)}.p_2^{u_2}] \Rightarrow p_1^{z.u_1}.p_2^{z.u_2} = [\,p_1^{u_1.xy(t-k)+u_1}].[\,p_2^{u_2.xy(t-k)+u_2}] \Rightarrow$$

$$p_1^{z.u_1}.p_2^{z.u_2} = \{\,p_1^{u_1.[xy(t-k)+1]}\}.\{\,p_2^{u_2.[xy(t-k)+1]}\} \Rightarrow p_1^{z.u_1}.p_2^{z.u_2} = \{\,p_1^{u_1.z}\}.\{\,p_2^{u_2.z}\}.$$

(###) Para o caso de um fator primo comum em (EQ1)e(EQ2), isso é ;

$$C^z = B^y + A^x = p_1^{z.u_1}.p_2^{z.u_2}.\ p_3^{z.u_3}.p_4^{z.u_4} \ldots p_i^{z.u_i}.p_{i+1}^{z.u_{i+1}} \ldots$$

$$(\mathrm{EQ}_1)\ (b^y + a^x)^{xy(t+k)+1} = \left[b.(b^y + a^x)^{x(t+k)}\right]^y + \left[a.(b^y + a^x)^{y(t+k)}\right]^x,$$

Como $b^y + a^x = p_1^{u_1}.p_2^{u_2}.\ p_3^{u_3}.p_4^{u_4} \ldots p_i^{u_i}.p_{i+1}^{u_{i+1}} \ldots$, temos;

$$\left(p_1^{u_1}.p_2^{u_2} \ldots p_i^{u_i}.p_{i+1}^{u_{i+1}} \ldots\right)^{xy(t+k)+1} = \left[b.\left(p_1^{u_1}.p_2^{u_2} \ldots p_i^{u_i}.p_{i+1}^{u_{i+1}} \ldots\right)^{x(t+k)}\right]^y + \left[a.\left(p_1^{u_1}.p_2^{u_2} \ldots p_i^{u_i}.p_{i+1}^{u_{i+1}} \ldots\right)^{y(t+k)}\right]^x$$

De fato teremos um MDC com vários fatores primos comuns, ou de 3 em diante, potências de primos distintos um do outro , isso é

MULTIDISCIPLINARY SCIENTIFIC JOURNAL NÚCLEO DO CONHECIMENTO
REVISTA CIENTÍFICA MULTIDISCIPLINAR NÚCLEO DO CONHECIMENTO ISSN: 2448-0959
https://www.nucleodoconhecimento.com.br

MDC[($p_1^{u_1}$ ... $p_i^{u_i} . p_{i+1}^{u_{i+1}}$ ...) ,
$b.(p_1^{u_1} \ldots p_i^{u_i} . p_{i+1}^{u_{i+1}} \ldots)^{x(t+k)}, a.(p_1^{u_1} \ldots p_i^{u_i} . p_{i+1}^{u_{i+1}} \ldots)^{y(t+k)}$]=
$p_1^{u_1} . p_2^{u_2} \ldots p_i^{u_i} . p_{i+1}^{u_{i+1}} \ldots > 1$, Como z = $xy(t+k)+1$, temos ;

$$(p_1^{u_1} . p_2^{u_2} \ldots p_i^{u_i} . p_{i+1}^{u_{i+1}} \ldots)^z = b^y.(p_1^{u_1} . p_2^{u_2} \ldots p_i^{u_i} . p_{i+1}^{u_{i+1}} \ldots)^{xy(t+k)} + a^x.(p_1^{u_1} . p_2^{u_2} \ldots p_i^{u_i} . p_{i+1}^{u_{i+1}} \ldots)^{xy(t+k)}$$

$$p_1^{z.u_1} . p_2^{z.u_2} \ldots p_i^{z.u_i} . p_{i+1}^{z.u_{i+1}} \ldots = b^y.\ p_1^{xy(t+k).u_1} . p_2^{xy(t+k).u_2} \ldots p_i^{xy(t+k).u_i} . p_{i+1}^{xy(t+k).u_{i+1}} \ldots + a^x.\ p_1^{xy(t+k).u_1} . p_2^{xy(t+k).u_2} \ldots p_i^{xy(t+k).u_i} . p_{i+1}^{xy(t+k).u_{i+1}} \ldots$$

$$p_1^{z.u_1} . p_2^{z.u_2} \ldots p_i^{z.u_i} . p_{i+1}^{z.u_{i+1}} \ldots = p_1^{xy(t+k).u_1} . p_2^{xy(t+k).u_2} \ldots p_i^{xy(t+k).u_i} . p_{i+1}^{xy(t+k).u_{i+1}} \ldots (b^y + a^x)$$

$$\frac{p_1^{z.u_1} . p_2^{z.u_2} \ldots p_i^{z.u_i} . p_{i+1}^{z.u_{i+1}} \ldots = p_1^{xy(t+k).u_1} . p_2^{xy(t+k).u_2} \ldots p_i^{xy(t+k).u_i} . p_{i+1}^{xy(t+k).u_{i+1}} \ldots}{(p_1^{u_1} . p_2^{u_2} \ldots p_i^{u_i} . p_{i+1}^{u_{i+1}} \ldots)}$$

$$p_1^{z.u_1} . p_2^{z.u_2} \dots p_i^{z.u_i} . p_{i+1}^{z.u_{i+1}} \dots =$$
$$\left\{p_1^{xy(t+k).u_1} . p_1^{u_1}\right\}.\left\{p_2^{xy(t+k).u_2} . p_2^{u_2}\right\} \dots \left\{p_i^{xy(t+k).u_i} . p_i^{u_i}\right\}.$$
$$\left\{p_{i+1}^{xy(t+k).u_{i+1}} . p_{i+1}^{u_{i+1}}\right\} .\{(\dots).(\dots)\}$$

Assim como a condição (##), temos;

$$p_1^{z.u_1} . p_2^{z.u_2} \dots p_i^{z.u_i} . p_{i+1}^{z.u_{i+1}} \dots = \left\{p_1^{z.u_1}\right\}.\left\{p_2^{z.u_2}\right\} \dots \left\{p_i^{z.u_i}\right\}.\left\{p_{i+1}^{z.u_{i+1}}\right\}.\{(\dots).(\dots)\}$$

Cada vez que divide por um fator primo comum irão se reduzindo até torna - la somente um fator primo comum.
De forma análoga para (EQ_2), também é satisfeita;

$$p_1^{z.u_1} . p_2^{z.u_2} \dots p_i^{z.u_i} . p_{i+1}^{z.u_{i+1}} \dots =$$
$$\left\{p_1^{xy(t-k).u_1} . p_1^{u_1}\right\}.\left\{p_2^{xy(t-k).u_2} . p_2^{u_2}\right\} \dots \left\{p_i^{xy(t-k).u_i} . p_i^{u_i}\right\}.\left\{p_{i+1}^{xy(t-k).u_{i+1}} . p_{i+1}^{u_{i+1}}\right\}$$
$$\Rightarrow$$
$$p_1^{z.u_1} . p_2^{z.u_2} \dots p_i^{z.u_i} . p_{i+1}^{z.u_{i+1}} \dots = \left\{p_1^{z.u_1}\right\}.\left\{p_2^{z.u_2}\right\} \dots \left\{p_i^{z.u_i}\right\}.\left\{p_{i+1}^{z.u_{i+1}}\right\}.\{(\dots).(\dots)\}$$

Portanto conjectura provada!

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este artigo se propôs como objetivo geral prova - lá a Conjectura de Beal, ao utilizar os teoremas T.M, S.T.M e T.G.M combinado com aplicações em teoria dos números foi realmente possível demonstrar, no entanto não foi possível encontrar um contra - exemplo, todavia ao usar os meios no decorrer do desenvolvimento devem ter notado que cada passo era essencial para o outro adiante enfim em relação aos teoremas apresentados sem o T.M não poderia usar T.G.M, sem o T.G.M o S.T.M não podia ser usado para a Conjectura de Beal, se não tivesse T.M o S.T.M e T.G.M seria algo muito vago em outras palavras não dava suporte para a demonstração de tal Conjectura.

Na melhor das hipóteses sem os outros teoremas como Teorema de Pitágoras, Ultimo Teorema de Fermat, Teorema de Sebá e a Conjectura de Fermat – Catalan, o T.M seria algo bem vago e levaria bem mais tempo para ser provado, só por possuir tais teoremas o T.M é uma extensão e ao mesmo tempo o que dar suporte aos teoremas citados, em outras palavras T.M era a peça faltante para a conclusão.

8. REFERÊNCIAS

BEAL, Andrew. Site: Wiki de Poker. 2008. Disponível em:<https://poker.fandom.com/wiki/Andrew_Beal> Acesso em: 03 de Junho de 2018.

FERMAT, biografias de Matemáticos. Site: Só Matemática. 1998-2019. Disponível em: <https://www.somatematica.com.br/biograf/fermat.php> Acesso em: 18 de Maio de 2018.

KILHIAN, (Sebastião Vieira do Nascimento, “Sebá”). A Conjectura de Beal - Casos Particulares. Site: O baricentro da Mente. 28/04/2012. Disponível em: <https://www.obaricentrodamente.com/2014/11/a-conjectura-de-beal-casos-particulares.html> Acesso em: 27 de Maio de 2018.

TANIYAMA e SHIMURA, Teorema de Shimura-taniyama-Wil. Editada pela última vez em 5 de setembro de 2017 Site: Wikipédia. Disponível em:<https://pt.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Shimura-Taniyama-Weil> Acesso em: 16 de Junho de 2018.

WILES, Biografia de matemáticos. Site: Só Matemática. 1998-2019. Disponível em: <https://www.somatematica.com.br/biograf/andrew.php > Acesso em: 15 de Maio de 2018.

9. FONTES DE PESQUISA

Site: O Baricentro da Mente. Título: A conjectura de Beal casos particulares. URL: <https://www.obaricentrodamente.com/2014/11/a-conjectura-de-beal-casos-particulares.html> Acesso em: 05 de Maio de 2018.

Site: O Baricentro da Mente. Título: Método de resolução das equações de Sebá. URL: <https://www.obaricentrodamente.com/2012/04/metodo-de-resolucao-das-equacoes-de.html> Acesso em: 05 de Maio de 2018.

Site: Folha de São Paulo. Título: Livro narra solução de teorema que confundiu teóricos por 358 anos. URL: <https://www1.folha.uol.com.br/fsp/ciencia/fe25109801.htm> Acesso em: 10 de Maio de 2018.

Site: Wikipedia. Título: Conjectura de Beal. URL: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Conjectura_de_Beal> Acesso em: 24 de Maio de 2018.

Site: ICM. Título: Detalhes do Autor "Sebastião Vieira do nascimento (Sebá)". URL: <https://www.lcm.com.br/site/livros/detalhesAutor?id=A01644> Acesso em: 27 de Setembro de 2019.

Site: Morfismo. Título: Conjectura de Beal. URL: <https://morfismo.wordpress.com/2013/11/25/conjectura-de-beal/> Acesso em: 28 de Julho de 2018.

Site: DocSity. Título: Fermat, Notas de estudos de Física. URL: <https://www.docsity.com/pt/fermat-6-1/4705276/> Acesso em: 01 de Setembro de 2019.

Site: Wikipedia. Título: Conjectura de Fermat-Catalan. URL: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Conjectura_de_Fermat-Catalan> Acesso em: 23 de Setembro de 2019.

Enviado: Agosto, 2019.

Aprovado: Novembro, 2019.